

## الفصل الثالث: النماذج النووية ( Nuclear Models )

### ١- نموذج قطرة السائل ( Liquid Drop Model ) :

لوحظ أن هناك تشابهاً بين نواة الذرة وقطرة السائل يمكن تلخيصه بالآتي :

١- كثافة النواة ثابتة كما هو الحال في قطرة السائل ، فهي لا تعتمد على الحجم وغير قابلة للإنضغاط .

٢- ظاهرة التبخر في السائل تشبه ظاهرة النشاط الإشعاعي في النواة .

٣- الحرارة الكامنة للتبخّر تقابل متوسط الطاقة الرابطة فهي تعتمد في الحالتين على الكتلة .

لقد نجح هذا النموذج البسيط في تقدير نصف قطر النواة وكذلك في تفسير ظاهرة الإنشطار للنوى الثقيلة ، ولكن النجاح الأهم هو في حساب الطاقة الرابطة للنواة ، ومن ثم حساب كتلتها باستخدام ما يسمى بمعادلة الكتلة شبه التجريبية المعتمدة على هذا النموذج .

### معادلة الكتلة شبه التجريبية ( Semi empirical Mass Formula )

تعطى كتلة النواة بدلالة الطاقة الرابطة الكلية B بالعلاقة :

$$m({}_Z^AX) = Zm_p + Nm_n - B$$

فإذا أمكن حساب الطاقة الرابطة B من معادلة عامة ، فهذا يعني أنه يمكن حساب كتل النوى نظرياً . لقد استطاع فون وايسكر ( Von Weizsacker ) عام ١٩٣٥ م اشتقاق معادلة شبه تجريبية لحساب قيمة الطاقة الرابطة للنواة وذلك بافتراض أن B هي تجميع لعدة عوامل مؤثرة ، أي أن :

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + \dots \dots \dots$$

وأهم هذه العوامل هي :

١- الطاقة الحجمية (  $B_V$  ) Volume Energy :

بما أن متوسط طاقة الربط قيمة ثابتة تقريباً ( عدا النوى الخفيفة  $A < 20$  ) ، لذا نكتب :

$$B = \frac{B}{A} \cong K \quad (\text{ثابت } K)$$

$$\therefore B \cong KA$$

$$\therefore B \propto A$$

وعلى اعتبار أن النويات موجودة جميعاً داخل النواة وليس هناك نويات على السطح الخارجي ، فإن زيادة العدد الكتلي تؤدي إلى زيادة حجم النواة وبالتالي زيادة الطاقة الرابطة . لذا نكتب الحد الخاص بزيادة الطاقة الرابطة والناجم عن الحجم (  $B_V$  ) في علاقة التناسب أعلاه بدلالة معامل الحجم  $a_V$  كالتالي :

$$B = a_V A \quad (1)$$

إن حد الطاقة الحجمية  $B_V$  يمثل أكبر مشاركة في قيمة  $B$  الكلية ، وقيمته موجبة .

٢- الطاقة السطحية (  $B_S$  ) Surface Energy :

و هو يمثل تأثير السطح الخارجي الحر للنواة على طاقة الربط الكلية ، حيث أن النوية الموجودة على السطح الخارجي تتفاعل مع عدد أقل من النويات بالمقارنة مع النوية الموجودة في عمق النواة ، وهذا يؤدي إلى نقصان طاقة الربط الكلية للنواة .

إن طاقة الربط السطحية تتناسب طردياً مع المساحة السطحية للنواة ، ومن ثم مع مربع نصف القطر ، أي أن :

$$B_S \propto R^2$$

$$\therefore R = R_0 A^{1/3}$$

$$\therefore B_S \propto R_0^2 A^{2/3}$$

$$\therefore B_S = -a_s A^{2/3} \quad (2)$$

حيث  $a_s$  معامل الطاقة السطحية .

٣- طاقة كولوم (  $B_C$  ) Coulomb Energy :

وهنا نأخذ في الإعتبار طاقة الجهد الكهربائية حيث يؤدي التنافر بين البروتونات لنقصان طاقة الربط الكلية . و إذا كان لدينا  $Z$  بروتون في النواة ، فإن عدد الأزواج المتناظرة من البروتونات هو  $\frac{Z(Z-1)}{2}$  . إن هذا الحد  $B_C$  يتناسب طردياً مع عدد أزواج البروتونات ، أي أن :

$$B_C \propto \frac{Z(Z-1)}{2}$$

و عكسياً مع نصف قطر النواة ، أي أن :

$$B_C \propto \frac{1}{R} \propto \frac{1}{A^{1/3}}$$

لذا نكتب حد طاقة كولوم بدلالة الثابت  $a_c$  كالتالي :

$$B_C = -a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (3)$$

٤- طاقة عدم التماثل (  $B_a$  ) ( زيادة النيوترونات ) Asymmetry Energy :

عند النظر إلى منحنى الإستقرار النووي ، أي العلاقة بين  $N$  و  $Z$  ، نجد أن النسبة  $\frac{N}{Z} = 1$  للنوى الخفيفة المستقرة ، ثم تزداد هذه النسبة تدريجياً لتصل في النوى الثقيلة

ولكن من جانب آخر وجد أن النوى المستقرة تميل لتكوين أزواج لكل بروتون مع نيوترون ( N-P pairs ) ، لذا فإن الفرق الحاصل هو ( N - Z ) ويساوي ( A - 2Z ) . وهذا الفرق يتناسب مع مربع عدد النيوترونات الفائضة مقسوماً على العدد الكتلي A . وعدم التماثل يؤدي لإنخفاض الطاقة الرابطة ، لذا نكتب هذا الحد بدلالة ثابت عدم التماثل  $a_a$  :

$$B_a = -a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A} \quad (4)$$

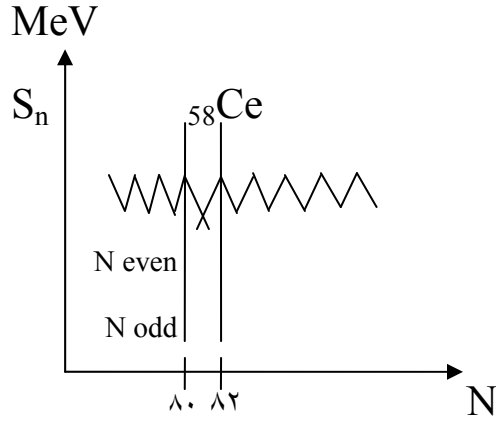
٥- طاقة التزاوج (  $E_p$  ) Pairing Energy :

عند النظر إلى عدد الأنوية المستقرة في الطبيعة نجد الآتي :

ملاحظات	عدد النوى المستقرة	N	Z	A
	١٦٧	زوجي	زوجي	زوجي
	٥٥	فردى	زوجي	فردى
	٥٠	زوجي	فردى	فردى
$^1\text{H}, ^6\text{Li}, ^{10}\text{B}, ^{14}\text{N}$	٤	فردى	فردى	زوجي

ويرجع تفسير وجود عدد كبير من النوى المستقرة عندما يكون كلا من N و Z زوجياً ، إلى إقتران الأزواج المتشابهة من النويات في مستويات الإستقرار الأرضية مما يترتب عليه تضاد إتجاه اللف الذاتي لهذه الأزواج المتشابهة وبالتالي تصبح محصلة اللف للزوج صفراً ، وكذلك الزخم الزاوي الكلي للنواة مساوياً للصفر .

ويمكن تفسير هذا الحد بالنظر إلى قيم طاقات الفصل لكل من النيوترون والبروتون  $S_n$  و  $S_p$  . حيث نلاحظ في الشكل التالي قيم  $S_n$  لنظائر Ce (  $70 \leq N \leq 90$  ) .



في الشكل نجد أننا نحتاج لطاقة أكبر ( 1.2 → 1.5 MeV ) لفصل النيوترون من النواة لعدد النيوترون الزوجي بالمقارنة مع النوى ذات عدد النيوترون الفردي . مما يدل على أن النوى الزوجية - الزوجية أكثر ترابطاً من النوى الزوجية - الفردية بمقدار  $E_p$  . أما عند التحول من النوى الزوجية - الفردية إلى النوى الفردية - الفردية فإن ذلك يؤدي إلى تقليل عدد الأزواج المتشابهة وبالتالي نقصان الطاقة الرابطة بمقدار  $E_p$  . ولذلك عند جعل النوى الزوجية - الفردية كنقطة مرجع فإنه يمكن كتابة تصحيح طاقة التزاوج :

$$E_p = \left\{ \begin{array}{ll} \alpha_p A^{-3/4} & , \text{for even - even} \\ 0 & , \text{for odd - even} \\ -\alpha_p A^{-3/4} & , \text{for odd - odd} \end{array} \right\}$$

وبجمع النتائج السابقة ، نحصل على معادلة الطاقة الرابطة شبه التجريبية :

$$B(A,Z) = \alpha_v A - \alpha_s A^{2/3} - \alpha_c Z(Z-1)A^{-1/3} - \alpha_a (A-2Z)^2 A^{-1} + E_p$$

وقيم الثوابت في المعادلة السابقة هي :

$$a_v = 1.51 \times 10^{-2} \text{ amu} \equiv 14.1 \text{ MeV}$$

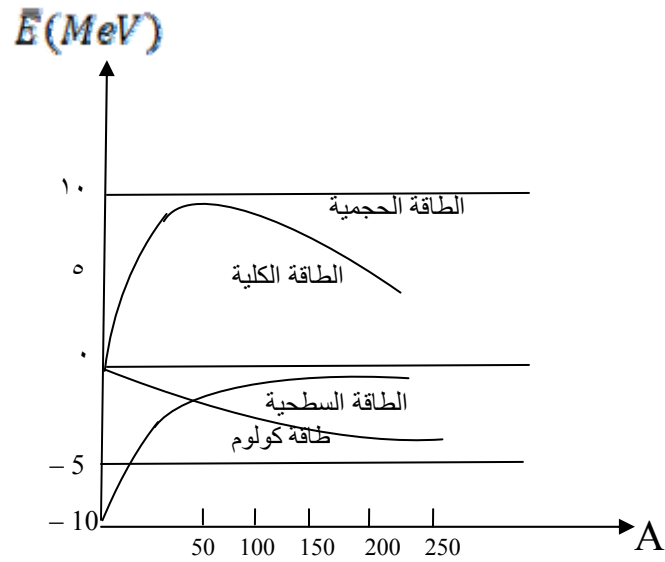
$$a_s = 1.4 \times 10^{-2} \text{ amu} \equiv 13 \text{ MeV}$$

$$a_c = 6.39 \times 10^{-4} \text{ amu} \equiv 0.6 \text{ MeV}$$

$$a_a = 2.04 \times 10^{-2} \text{ amu} \equiv 19 \text{ MeV}$$

$$a_p = 3.6 \times 10^{-2} \text{ amu} \equiv 33.5 \text{ MeV}$$

كما يمكن رسم المشاركة الفعالة لكل من الطاقة الحجمية والطاقة السطحية وطاقة كولوم بالنسبة لمتوسط الطاقة الرابطة في الشكل التالي :



من العلاقة السابقة يمكن كتابة معادلة الكتلة شبه التجريبية كالاتي :

$$m(A, Z) = Nm_n + Zm_p - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} + (0, \pm a_p A^{-3/4})$$

## Weizsacker's Semi empirical Mass Formula .

المعادلة السابقة يمكن كتابتها على الصورة التالية بعد إجراء التعويض التالي :

$$Nm_n + Zm_p = (A - Z)m_n + Zm_p = Am_n - Zm_n + Zm_p = Am_n - Z(m_p - m_n)$$

$$m(A, Z) = Am_n - Z(m_p - m_n) - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} + \left(0, \pm a_p A^{-3/4}\right) \quad (*)$$

وهذه المعادلة واضح أنها لقيمة محددة من  $A$  هي من الدرجة الثانية في  $Z$  ، ويمكن إيجاد قيمة محددة لـ  $Z$  التي تعطي أقل قيمة مقابلة لـ  $m$  من المعادلة :

$$\left. \frac{\partial m}{\partial Z} \right|_{A=\text{constant}} = 0$$

وهذه القيمة لـ  $m(A, Z)$  تمثل النظير الكتلي ( أو النظائر الكتلية ) الأكثر إستقراراً ضمن النظائر الكتلية المتساوية في العدد الكتلي  $A$  والمختلفة في العدد الذري  $Z$  .

إستخدام الصيغة شبه التجريبية لتحديد النظائر المستقرة في تحلات  $\beta$  :

يمكن كتابة المعادلة (\*) على الصيغة التالية :

$$m(A, Z) = A(m_n - a_v) + a_s A^{2/3} + Z \left[ (m_p - m_n) - \frac{a_c}{A^{1/3}} - 4a_a \right] \\ + Z^2 \left[ \frac{a_c}{A^{1/3}} + \frac{4a_a}{A} \right] + a_a A + \left( 0, \pm a_p A^{-3/4} \right)$$

$$m(A, Z) = \alpha A + \beta Z + \gamma Z^2 + \delta \quad (**)$$

$$\alpha = m_n - a_v + a_a + \frac{a_s}{A^{1/3}}$$

$$\beta = -4a_a + (m_p - m_n)$$

$$\gamma = \frac{4a_a}{A} + \frac{a_c}{A^{1/3}}$$

$$\delta = \begin{cases} a_p A^{-3/4} & , \text{for even - even} \\ 0 & , \text{for odd - even} \\ -a_p A^{-3/4} & , \text{for odd - odd} \end{cases}$$

عندما  $A$  تكون ثابتة ، فإن المعادلة (\*\*\*) هي معادلة قطع مكافئ ، ولذلك فإنه عند رسم العلاقة بين  $m$  و  $Z$  ، فإننا نحصل على على قطع مكافئ بقيمة صغيرة لـ  $m$  التي تقابل قيمة  $Z$  للنظير الكتلي ( أو النظائر الكتلية ) الأكثر استقراراً في عائلة النظائر الكتلية لقيمة  $A$  محددة . وبسبب إختلاف قيمة الحد الأخير (  $\delta$  ) في المعادلة (\*\*\*) فإنه يكون لدينا الحالتين التاليتين :



أ- للنوى بقيمة A فردية :

وهنا تكون  $\delta = 0$  ، وبالتالي يوجد قطع مكافئ واحد مما يعني وجود نواة مستقرة واحدة أسفل المنحنى .

لنأخذ عائلة النظائر الكتلية لـ  $A = 91$  حيث نلاحظ هنا ( الشكل (1) ) أن  ${}_{40}^{91}\text{Zr}$  يمثل النظير المستقر ، بينما نجد النظائر الكتلية لهذه العائلة والتي لها طاقات ربط أقل تكون واقعة على جانبي منحنى القطع المكافئ . إن كتل النظائر على جانبي المنحنى تكون أكبر وبالتالي تتحلل بواسطة  $\beta^+$  أو  $\beta^-$  أو الأسر الإلكتروني ( E-capture ) كما هو موضح بالشكل (1) . ومن المعادلة (\*\*):

$$\left(\frac{\partial m}{\partial Z}\right)_{A=\text{constant}} = \beta + 2\gamma Z_0 = 0$$

حيث  $Z_0$  هي العدد الذري للنظير الأكثر استقرار .

$$\therefore Z_0 = \frac{\beta}{2\gamma}$$

ب- للنوى بقيمة A زوجية :

وهنا تكون  $\delta \neq 0$  ، وبالتالي نحصل على قطعين مكافئين ناتجين عن إختلاف إشارة الحد الأخير في المعادلة (\*\*). كما في الشكل (2) . يمثل القطع الأعلى ( إشارة  $\delta$  سالبة) الأنوية الفردية- الفردية بينما يمثل القطع الأسفل ( إشارة  $\delta$  موجبة) الأنوية الزوجية- الزوجية ، والفرق في طاقة الترابط بين القطعين هو  $2\delta$  . الشكل يوضح النظائر الكتلية للنوى بقيمة  $A = 104$  حيث نلاحظ أن الأنوية تنتقل من أحد القطعين إلى الآخر وهي تطلق أشعة  $\beta^+$  أو  $\beta^-$  أو الأسر الإلكتروني ( EC ) ، ويستمر ذلك حتى نصل إلى قاع المنحنى حيث يوجد نظيرين مستقرين عند قطع الأنوية الزوجية- الزوجية وهما  ${}_{44}^{104}\text{Ru}$  و  ${}_{46}^{104}\text{Pd}$  .

## ٢- النموذج القشري للنواة ( نموذج المدارات ) The Nuclear Shell Model :

لم يستطع نموذج قطرة السائل من تفسير بعض الخصائص الدقيقة للأنوية ومنها :

١- لوحظ أن بعض الأنوية تتمتع باستقرار كبير وهي التي تحتوي على عدد من البروتونات والنيوترونات يساوي الأرقام التالية : 2 , 8 , 20 , 28 , 50 , 82 , 126 .

وسميت تلك الأرقام بالأرقام السحرية ( Magic Numbers ) .

٢- فشل نموذج قطرة السائل في حساب الزخم الزاوي للأنوية . لذلك جاءت فكرة أول نموذج قشري للنواة عام ١٩٣٣ م من قبل Bartlett و Guggenheimer etal حيث ينظر إلى النواة على أنها تتكون من قشور أو مدارات مشابهة لتلك الموجودة في الذرة .

ولكن هذا التشابه ليس متطابقاً لسببين:

الأول : أنه في حالة الذرات يوجد لدينا القوة الكولومية بين النواة والإلكترونات بينما لا توجد قوة جذب مركزية واضحة في النواة ، و لإزالة هذا الإشكال تم إفتراض جهد فعال تتأثر به النوية داخل النواة . حيث أفترض أن كل نوية تتعرض لقوة جذب مركزية ناتجة عن متوسط التأثير الناتج من النويات الباقية في النواة والتي عددها (  $A - 1$  ) نوية . وتحت تأثير هذه القوة ( أو هذا الجهد ) تتحرك النوية بطاقة وزخم محددين كما هو الحال للإلكترونات الذرية . وهذا يعني أن كل نوية يحصل لها حركات مدارية عديدة حول القوة المركزية قبل أن تتصادم مع النويات الأخرى ، وهذا ممكن إذا كان متوسط المسار الحر بين التصادمات أكبر بكثير من قطر النواة . أي أن النموذج القشري يفترض وجود تفاعل ضعيف بين النويات .

الثاني : عند حساب كثافة النواة نجد أنها عالية جداً ( في حدود  $10^{17} \text{ kg / m}^3$  ) للنوى المتوسطة (  $A \approx 100$  ) وهذا يعني صعوبة تصور حرية الحركة للنويات في النموذج القشري في مثل هذه الكثافة العالية للنواة ، حيث يتوقع تفاعل قوي وبالتالي أن يكون متوسط المسار الحر قصيراً ( أي عدد كبير من التصادمات في فترة قصيرة ) وهذا يتناقض مع ما افترضه النموذج بوجود تفاعل ضعيف بين النويات . وقد تم حل هذا الإشكال بافتراض أن النويات عبارة عن جسيمات فيرمي وبالتالي تخضع لمبدأ باولي للإستثناء أي أنه لا يمكن لبروتونين أو نيوترونين أن يشغلا حالات كمية متماثلة في نفس

على الرغم من هذا الإختلاف في التعامل بين الذرة والنواة إلا أن ذلك لم يمنع من إقتراح نموذج قشري مناسب للنواة بواسطة عدد من الباحثين مثل Maria Mayer عام ١٩٤٩ م ، والتي كانت من أوئل الباحثين الذين أسموا في وضع أول إقتراح لنموذج قشري متكامل للنواة . حيث أخذ بالإعتبار كلا من فكرة الجهد المركزي والتفاعل المداري - اللفي للنويات في الحسابات ، حيث أمكن إستنتاج الأرقام السحرية وبصورة متطابقة مع التجارب العملية.

#### مميزات النموذج القشري :

- ١- استطاع النموذج القشري تعليل وجود الأعداد السحرية .
- ٢- استطاع النموذج القشري إعطاء قيم صحيحة للزخم الزاوي للنوى في حالتها الأرضية.

#### عيوب النموذج القشري :

- ١- فشل النموذج القشري في أن يتنبأ بالحالات المهيجة للنواة .
- ٢- فشل النموذج القشري في تعليل عدم التماثل الكروي للعديد من النوى .

#### الشواهد المؤيدة لوجود النموذج القشري :

١- وجد أن الإستقرار النسبي للعناصر المختلفة يتحدد بعدد النظائر البروتونية والنيوترونية لكل عنصر . وعدد تلك النظائر هو كبير نسبياً عندما يكون عدد النيوترونات أو البروتونات سحرياً . فمثلا القصدير  $^{30}_{50}\text{Sn}$  له عشرة نظائر بروتونية مستقرة بالمقارنة مع الأنديوم  $^{49}_{83}\text{In}$  والأنتيمون  $^{51}_{83}\text{Sb}$  اللذين لهما نظيرين مستقرين فقط .

كذلك يعتبر الرصاص  $^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$  (  $N = 126$  ،  $Z = 82$  ) ذو الرقم السحري المزدوج أثقل نواة مستقرة ، ومن المعروف أنه يعتبر النواة الأخيرة التي ينتهي عندها



٢- طاقة الفصل النيوتروني  $S_n$  كبيرة في الأنوية ذات العدد السحري النيوتروني بالمقارنة بتلك الحاوية على ( عدد سحري + ١ ) .

٣- وجد أن هناك ميل لإنبعاث نيوترون من الأنوية التي تحتوي على ( عدد سحري + ١ نيوترون ) ، ومثال ذلك التفاعل الآتي :



ينتج منه الكربتون ( ٥١ نيوترون ) والنيوترون الأخير ينطلق خارج النواة بسهولة لضعف ترابطه معها . وبالمقابل وجد أن مساحة مقطع التفاعل ( Cross-Section ) لأسر النيوترون ( $\sigma_n$ ) هو ضعيف جداً للنوى ذات العدد النيوتروني السحري فمثلا :

$${}^{208}\text{Pb}_{126} : \sigma_n = 6 \times 10^{-4} \text{ b}$$

$${}^{207}\text{Pb}_{125} : \sigma_n = 0.69 \text{ b}$$

$$1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

٤- تأخذ الأنوية ذات الأعداد السحرية شكلاً كروياً تقريباً وثبت عملياً من قياسات عزم رباعي القطب الكهربائي ( والذي هو دالة لمقدار التشوة عن الشكل الكروي ) ، أن قيم العزم في حالة الأنوية السحرية قريبة جداً من الصفر .

٥- وجد أن الأنوية الزوجية - الزوجية ذات الأعداد السحرية تحتاج إلى طاقات عالية جداً لإثارته مما يعني ترابطها القوي . ومن الرسم نجد أن مستويات طاقة النواة لـ

$N = 8$  هي أكبر بكثير من تلك التي تليها  $N = 10$  ( عدد غير سحري ) .

٦- تم بنجاح استنتاج قيم الزخم الزاوي الكلي للأنوية في حالات الإستقرار الأرضي عن طريق النموذج القشري .

## نظرية النموذج القشري النووي ( Theory of The Nuclear Shell Model ) :

في حالة تركيب الذرة ، كان لدينا نظام من القشرات الإلكترونية التي لها أعداد سحرية ذرية تحسب نظرياً من حالة معادلة شرودنجر الموجية . وكان بالإمكان عمل ذلك لأن شكل الجهد الكولومي معروفاً حيث أنه يتناسب مع  $\frac{1}{r}$  .

أما بالنسبة لتحديد الأعداد السحرية النووية المقابلة لإمتلاء القشرات بالنويات ، فهي ليست سهلة تماماً لأننا لا نعرف الشكل الدقيق للقوة النووية أو الجهد النووي .

ولكننا نعرف من دراستنا للنواة ، أن القوة النووية هي قوة جاذبة وكبيرة وتمتد لمسافة صغيرة جداً من النواة ، إلى حدود  $10^{-5}$  m من المركز ، وهذا يعتبر كافياً في حسابات النموذج القشري ، أي لا يهم شكل القوة طالما أنها قوة جذب كبيرة وقصيرة المدى حيث أن النموذج القشري يعتمد بالتالي على فرضيتين أساسيتين :

١- تتحرك كل نوية بحرية في مجال القوة الموصوف بالجهد الذي هو دالة للمسافة القطرية من مركز النظام .

٢- تطبيق مبدأ باولي للإستثناء ( Pauli Exclusion Principle ) أي أن مستويات الطاقة أو القشرات تملأ طبقاً لقاعدة الإنتخاب ( الإستثناء ) .

لنفرض نوية بكتلة  $M$  وزخم زاوي  $\hbar\sqrt{\ell(\ell+1)}$  تتحرك في جهد  $V(r)$  .

لأننا نفترض أن  $V(r)$  هي غير معتمدة على  $\theta$  ولا على  $\phi$  ، فبالتالي تصبح معادلة شرودنجر الموجية المطلوبة للحل هي :

$$\frac{d^2}{dr^2}(rR) + \frac{2M}{\hbar^2} \left[ E - V(r) - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2Mr^2} \right] (rR) = 0 \quad (*)$$

حيث  $R$  هي الدالة الموجية القطرية و  $E$  القيمة الذاتية للطاقة . سوف نحصل على نفس الأعداد الكمية  $n, \ell, j, m_j$  المستخدمة في النموذج القشري بغض النظر عن شكل الجهد المستخدم  $V(r)$  طالما أنه هو دالة في  $r$  فقط . وسوف نستخدم كذلك نفس الرموز الذرية التالية حيث :

$$s : \ell = 0$$

$$p : \ell = 1$$

$$d : \ell = 2$$

$$f : \ell = 3$$

$$g : \ell = 4$$

وهكذا .....

و لأننا نريد فقط إيجاد الرتبة للمستويات النووية المقابلة للحالات المختلفة لحركة النوية وليس القيم الدقيقة للطاقات الرابطة ، لذا من الأحسن استخدام الجهد البسيط بدلا من الجهد الدقيق لتلافي الحل المطلوب لمعادلة شرودنجر . في الشكل (1) نجد ثلاثة أنواع من الجهود البسيطة . الشكل ( a ) يمثل جهد البئر المربع المعطى بالعلاقة :

$$V(r) = \left\{ \begin{array}{ll} -V_0 , & r \leq R \\ 0 , & r > R \end{array} \right\}$$

والشكل ( b ) هو جهد المتذبذب التوافقي المعطى بالعلاقة :

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2}kr^2$$

والشكل ( c ) هو الجهد الناتج من تجميع الجهد بين ( a ) و ( b ) ويعطى بالآتي :

$$V(r) = \left\{ \begin{array}{ll} -V_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) , & r \leq R \\ 0 , & r > R \end{array} \right\}$$

إن حل معادلة شرودنجر الموجية باستخدام أي من الجهود الثلاثة لا يعطي جميع الأعداد السحرية النووية ، ولكن وجد أن الجهد الأخير الشكل (٢) يعطي جميع الأعداد ما عدا العدد السحري ٢٨ ، ولذا يعد من أفضلها .

في عام ١٩٤٩م تمكن كل من Maria Mayer و O. Haxel و J. Jensen و H. Suess من تحديد جميع الأعداد السحرية النووية بعد إضافة التفاعل القوي بين الزخم الزاوي المداري الزخم الزاوي اللفي لكل نوية إلى الجهد  $V(r)$  .

إن قوة التفاعل بين  $\vec{L}$  و  $\vec{S}$  يعتمد على الإتجاه النسبي بينهما وكذلك على مقداريهما ويمكن كتابته على الصورة :  $V(r) = \vec{S} \cdot \vec{L}$  ، وقد وجد أن مستويات الطاقة الناتجة بعد حل معادلة شرودنجر الموجية تكون كالآتي :

$$1s_{1/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}, 1f_{7/2}, \dots \dots \dots (**)$$

والشكل (٢) يوضح هذه المستويات لكل من البروتونات والنيوترونات . وبسبب التنافر الكولومي بين البروتونات لقيم  $Z$  العالية ، فإننا نلاحظ مستويات الطاقة للبروتونات مختلفة قليلا عن تلك للنيوترونات .

إن عدد النيوترونات أو البروتونات في أي مستوى يحدد بالعلاقة :  $2j + 1$  ولذلك يكون ( كما في الشكل ٢ ) الأعداد للنويات :  $2, 4, 2, 6, 2, 4, 8, \dots$  . ومن الشكل (٢) نلاحظ أن إمتلاء القشرات يحصل عند الأعداد التالية للنويات :  $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$  وهي التي تمثل الأعداد السحرية المطلوبة .

إن الشكل (٢) هو ليس مخطط لمستويات الطاقة لأي نواة محددة ولكنه مخطط يوضح رتبة المستويات في النموذج القشري النووي ، وفي كل مستوى بروتوني مملوء يوجد  $2j + 1$  من البروتونات وفي كل مستوى نيوتروني مملوء يوجد  $2j + 1$  من النيوترونات .

حساب الزخم النووي والتماثل بحسب النموذج القشري (Nuclear Momentum & Parity)

يمكن التنبؤ بالزخم والتماثل للنوى في الحالة الأرضية عند الأخذ في الاعتبار الآتي:

١- في المستوى المملوء ( للقشرة أو القشرة الفرعية ) ، فإن الزخوم الزاوية المدارية واللفية تجمع بحيث أن الزخم الزاوي الكلي يساوي صفر.

٢- في المستويات غير المملوءة ، فإن النويات تكوّن أزواجاً من البروتونات والنيوترونات ، ولكن لا تكوّن أزواجاً مختلفة من البروتونات مع النيوترونات .

إن الفرضيتين السابقتين تعطينا القواعد الآتية :

القاعدة الأولى : الحالة الأرضية لأي نواة زوجية - زوجية لها زخم زاوي كلي مساوي للصفر ، وتماثل زوجي ، بغض النظر عن عدد البروتونات والنيوترونات . أي أن

$$\sum J_p = 0 \text{ وكذلك } \sum J_n = 0 .$$

حيث  $\sum J_p = 0$  و  $\sum J_n = 0$  هو المجموع الجبري للزخوم الزاوية للنيوترونات والبروتونات على التوالي .

القاعدة الثانية : (أ) النواة التي لها N زوجي و Z فردي يكون :  $\sum J_n = 0$  ولذلك يتحدد الزخم للحالة الأرضية للنواة من البرتون الفردي الأخير .

(ب) النواة التي لها Z زوجي و N فردي يكون :  $\sum J_p = 0$  ولذلك يتحدد الزخم للحالة الأرضية للنواة من النيوترون الفردي الأخير .

(ج) النواة التي لها Z فردي و N فردي ، فإن الزخم الزاوي للحالة الأرضية يتحدد من النيوترون الأخير الفردي و البرتون الأخير الفردي وتكون القيمة الكلية بين  $|J_n - J_p|$

$$\text{و } |J_n + J_p| .$$

الجدول (١) يبين الترتيب النووي للمستويات بحسب النموذج القشري وكذلك القيم الملاحظة تجريبياً لبعض النوى . وفي الشكل (٣) لدينا مثال لمخطط مستويات الطاقة لنواة  $^{48}_{20}\text{Ca}$  حيث نلاحظ أن النيوترون الأخير في الحالة  $1f_{7/2}$  والتي تمثل الحالة الأرضية لنواة  $^{48}_{20}\text{Ca}$  .



بالرغم من أن النموذج القشري نجح في تنبأ الزخوم النووية ( nuclear spins ) للنوى المستقرة ، إلا أن هنالك حالات عديدة لم تتوافق فيها القيم النظرية بحسب النموذج القشري مع القياسات التجريبية .

بالنسبة للتماثل ( Parity ) لنظام ما فإنها تعطى بواسطة  $(-1)^{\ell}$  ، حيث  $\ell$  العدد الكمي المداري للنوية الأخيرة الفردية . ولذلك للنوية في الحالات :

$s, d, g, \dots$  والتي تقابل  $\ell = 0, 2, 4, \dots$  يكون التماثل زوجياً (+)

even-parity . بينما للنوية في الحالات :

$p, f, h, \dots$  والتي تقابل  $\ell = 1, 3, 5, \dots$  يكون التماثل فردياً (-)

odd-parity .

إن التماثل هو خاصية ذاتية لدالة موجة الجسيم ، ويبين التماثل مدى التغير على الدالة عند إستبدال متجة الموضع ( $\underline{r}$ ) بصورته في المرآة ( $-\underline{r}$ ) ، فإذا لم تتغير هذه الموجة ، فإننا نقول أن التماثل موجب ونرمز له بالرمز  $\pi^+$  ، وإذا تغيرت هذه الدالة نعتبر التماثل سالب ونرمز له بالرمز  $\pi^-$  ، أي إذا كان :

$$\Psi(\underline{r}) = \Psi(-\underline{r}) \quad \Rightarrow \quad \pi^+$$

$$\Psi(\underline{r}) = -\Psi(-\underline{r}) \quad \Rightarrow \quad \pi^-$$

