

(2) السؤال الأول :

1- هل $W = \{A \in M_{22} : \det A = 0\}$ فضاء جزئي من M_{22} ؟

2- عرفي أساس فضاء المتجهات مع إعطاء مثال .

3- إذا كانت $S = \{A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\} \subseteq M_{22}$ فهل $\langle S \rangle \in A = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$ ؟

4- عرفي الإستقلال الخطي للمتجهات مع إعطاء مثال .

5- إذا كان $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ و $v_i = 0$ لبعض $1 \leq i \leq n$ فاثبتي أن S مجموعة غير مستقلة خطياً .

6- اثبتي أنه إذا كان كل من $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ و $S_1 = \{u_1, \dots, u_m\}$ أساساً لفضاء المتجهات V فإن $m=n$.

7- عيني أساس وبعد فضاء الحل للنظام المتجانس $AX=O$ حيث $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

8- أوجدني قيم μ التي تجعل المجموعة $S_1 = \{(1,0,1), (4,-1,3), (7,1,\mu)\}$ مستقلة خطياً.

السؤال الثاني :

1- إذا كانت A مصفوفة من الدرجة 3×8 وكانت $\text{rank}(A)=3$ فاحسبي كلاً من $\text{nullity}(A)$, $\text{rank}(A^T)$, $\text{rank}(A)$, $\text{dim}(\text{row}A)$.

2- إذا كان V فضاء ضرب داخلي وكان $u, v \in V$ فاثبتي أن :

$$(أ) \|u + v\| \leq \|u\| + \|v\| .$$

$$(ب) إذا كان u, v متعامدين فإن $\|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$.$$

3 - احسبي الزاوية بين المتجهين $u = (-1, 3, 2), v = (4, 2, -1)$ وبينني فيما إذا كانا متعامدين حيث الضرب الداخلي هو الضرب الإقليدي على \mathbb{R}^3 .