قسم الرياضيات — الفصل الدراسي الاول 1425/1426

الزمن ثلاث ساعات — الاختبار النهائي لمقرر 102 ريض

السؤال الأول:

أ) عند استخدام مجموع ريمان لإيجاد مساحة المنطقة تحت بيان الدالة $f(x)=x^2$ بين

المستقيمين $x=0$ و $x=2$ نحصل على النهاية $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{c}{n^3}\sum\limits_{i=0}^{n} i^2$. أوجدي قيمة c .

ب) إذا كانت كل من F و G دالة أصلية للدالة f حيث $f:[a,b]\to R$ دالة متصلة وكانت G

معرفة كالتالي $\forall x\in[a,b]$ $G(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$. اثبتي أن $\int\limits_a^b f(t)dt = F(b)-F(a)$.

السؤال الثاني:

أ) أوجدي مشتقة ما يلي:

$$1)\quad y = 2^{2x}\sinh^{-1}2x + \int\limits_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2}\,dt. \qquad 2)\quad y=\tanh(3-x^2)+(\ln x)^{\cosh x}. \qquad 3)\quad e^{x+y}\ln(xy)=5.$$

ب) ادرسي تقارب أو تباعد التكاملات التالية:

$$1)\ \int\limits_0^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x}(x+1)}dx \qquad 2)\ \int\limits_0^{\infty} xe^{x^2}\,dx$$

السؤال الثالث:

أ) اثبتي أن

$$1)\cosh(\ln x)=\frac{1}{2}(x+\frac{1}{x}),\quad x>0 \qquad 2)\sinh(\ln\frac{x}{4})=\frac{1}{2}(\frac{x}{4}-\frac{4}{x}),\quad x>0$$

ثم أوجدي قيم x التي تحقق المعادلة: $\cosh(\ln x)=\frac{17}{8}+\sinh(\ln\frac{x}{4})$

ب) اكتبي الدالة $g(x)=\dfrac{1}{(x^2+4x+4)\ \ (x^2+4x+8)^2}$ على شكل كسور جزيئية بدون حساب الثوابت.

السؤال الرابع:

أ) أجيبي بصح أو خطأ مع تصحيح الخطأ

1) إذا كانت f دالة متصلة على الفترة $[a,b]$ و g,h دالتين قابلتين للاشتقاق على الفترة I ومداهما محتوى في الفترة $[a,b]$ فإن

$$\frac{d}{dx}\int_{g(x)}^{h(x)} f(t)dt = f(g(x))g'(x) - f(h(x))h'(x), \forall x \in [a,b]$$

$\int_1^2 \frac{dx}{9-x^2} = \left[\frac{1}{3}\coth^{-1}(\frac{x}{3})\right]_1^2$ (2

$e^{\ln x} = x \quad \forall x \in R$ (3

4) إذا كانت $\ln u = 2\ln v$ فإن $v = u^2$.

5) إذا كانت $\ln x < 0$ فإن $0 < x < 1$.

ب) اثبتي أن $e^x e^y = e^{x+y} \quad \forall x, y \in R$

السؤال الخامس:

أوجدي التكاملات التالية :

$$1)\ \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}dx \qquad 2)\ \int \frac{dx}{x^2+2x+3} \qquad 3)\ \int \frac{2x^2-1}{(4x-1)(x^2+1)}dx$$

$$4)\ \int \tan^3 x \sec^5 x \ dx \qquad 5) \int (x^2+1)\cos x \ dx$$

السؤال السادس:

أ) أوجدي مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $y = \cos x$ و $y = \sin x$ من $x = 0$ إلى $x = \frac{\pi}{2}$.

ب) أوجدي حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة في الربع الأول المحصورة بين $y = 4 - x^2$ و $y = x^2$ حول محور الصادات.

ج) أوجدي طول منحنى الدالة $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$ في الفترة $[2,4]$.

مع تمنياتنا بالتوفيق للجميع.