

د. برهان

الفصل الثاني 1430/1429
الزمن: ساعة ونصف

الاختبار الشهري الثاني
مقرر 151 رياض

جامعة الملك سعود
كلية العلوم

رقم الشعبة

الرقم

الاسم

رقم السؤال	1	2	3	4	5	6
رمز الجواب						

الجزء الأول: اختر الاجابة الصحيحة

1) العلاقة المعرفة على مجموعة الاعداد الصحيحة بالقاعدة

$a + b \leftrightarrow arb$ عدد زوجي هي

(ب) تناظرية وتخالفية

(ا) انعكاسية و تخالفية

(د) علاقة ترتيب جزئي

(ج) علاقة تكافؤ

2) العلاقة S المعرفة على مجموعة الاعداد الصحيحة الموجبة بالقاعدة

$xy > 10 \leftrightarrow xSy$ هي

(ب) تناظرية وغير متعدية

(ا) تناظرية ومتعدية

(د) غير تناظرية وغير متعدية

(ج) غير تناظرية ومتعدية

3) اذا كانت T علاقة تكافؤ على $A = \{1,2,3,4\}$ بحيث فصول التكافؤ هي

$\{1,3\}, \{2\}, \{4\}$ فحتمًا T هي

(ب) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,3), (3,1)\}$

(ا) $\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$

(د) $\{(1,3), (3,1), (2,2), (4,4)\}$

(ج) $\{(1,3), (3,1)\}$

4) الاغلاق المتعددي للعلاقة $R = \{(a,c), (b,b), (c,b)\}$ على المجموعة $A = \{a,b,c\}$ هو العلاقة

(ب) $A \times A$

(ا) $\{(a,c), (b,c), (c,a)\}$

(د) $\{(a,b), (a,c), (b,b), (c,b)\}$

(ج) $\{(a,b), (b,c), (c,c)\}$

5) الشكل MSP للدالة $f(x,y,z) = (x+y)(x'+z)$ هو

(ب) $xz + x'z + yz$

(ا) $xz' + x'y'$

(د) $x'z + xy$

(ج) $xz + x'y$

(6) الشكل MPS للدالة المعطاة في السؤال رقم (5) هو

(ب) $(x+y)(x'+z)$

(أ) $(x'+y')(x+z)$

(د) $(x+y)(y'+z')$

(ج) $(x+y)(x'+z)(y+z)$

الجزء الثاني: اجب عن الاسئلة التالية

4

س(1) لتكن R هي العلاقة المعرفة على مجموعة الاعداد الصحيحة Z كالتالي:

$3|(x+2y) \leftrightarrow xRy$ (3 يقسم $x+2y$)

(i) اثبت ان R علاقة تكافؤ

(ii) اوجد فصل التكافؤ $[0]$.

(ن) R هي علاقة تكافؤ على \mathbb{Z} لأن:

* R انعكاسية: بما أن $3|3x$ لكل x فإن xRx

* R تناظرية: نفترض أن xRy (يعني $3|x+2y$) ولنثبت

أن yRx (يعني $3|y+2x$): بما أن $3|x+2y$ فإنه يوجد $m \in \mathbb{Z}$

حيث $x+2y=3m \Leftrightarrow x=3m-2y$

لأن $y+2x = y+6m-4y = 6m-3y = 3(m-y) \in \mathbb{Z}$ إذن yRx يعني $3|y+2x$.

* R متعدية: نفترض أن xRy و yRz ولنثبت أن xRz (يعني $3|x+2z$).

(1) بما أن $3|x+2y$ فإنه يوجد $k \in \mathbb{Z}$ حيث $x+2y=3k$

(2) و $3|y+2z$ فإنه يوجد $m \in \mathbb{Z}$ حيث $y+2z=3m$

(2) - 2x (1) $(x+2y) - 2y - 4z = 3k - 6m$

$x+2z = 3k - 6m + 4z \Rightarrow x - 4z = 3k - 6m$

لأن $x+2z = 3(k-2m+2z) \in \mathbb{Z}$ يعني $3|x+2z$ (أي xRz)

(ii) $[0] = \{x \in \mathbb{Z} / xR0\} = \{x \in \mathbb{Z} / 3|x\} = \{\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots\}$

4 (2) نعرف العلاقة S على مجموعة الأعداد الصحيحة الغير صفرية $\{0\} - Z$ كما يلي

$$xSy \Leftrightarrow \text{يوجد } k \in \{0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ بحيث } x = y^{2k+1}$$

3 (i) اثبت ان S علاقة ترتيب جزئي على $\{0\} - Z$

1 (ii) بين فيما اذا كانت S علاقة ترتيب كلي على $\{0\} - Z$ ام لا.

(i) S هي علاقة ترتيب جزئي على $\{0\} - Z$ لأن:

* S انعكاسية: بما ان عندما نأخذ $k=0$, $x = x^1$ (لأن $x \in \{0\} - Z$) فإن xSx .

* S متخالفية: نفترض ان xSy و ySx فلنثبت ان $x=y$.

بما ان xSy و ySx إذن يوجد $k \in \mathbb{N}$ حيث $x = y^{2k+1}$ (1) و $y = x^{2m+1}$ (2) و بما ان xSy

$$\text{فانه يوجد } m \in \mathbb{N} \text{ حيث } y = x^{2m+1}$$

$$\begin{aligned} x &= y^{2k+1} \\ &= (x^{2m+1})^{2k+1} = x^{(2m+1)(2k+1)} = x^{4mk+2k+2m+1} \end{aligned}$$

بالتعويض (2) في (1) نجد:

$$\text{يعني } 4mk+2k+2m=0 \text{ لذا } m=k=0 \text{ يعني } x=y$$

* S متعدية: نفترض ان xSy و ySz فلنثبت ان xSz .

بما ان xSy و ySz إذن يوجد $k \in \mathbb{N}$ حيث $x = y^{2k+1}$ (1)

و $y = z^{2m+1}$ (2) و $m \in \mathbb{N}$ حيث يوجد $m \in \mathbb{N}$ حيث

$$\begin{aligned} x &= (z^{2m+1})^{2k+1} \\ &= z^{2(2mk+m+k)+1} \end{aligned}$$

بالتعويض نجد:

$$x = z^{2l+1} \text{ عندما نأخذ } l = 2mk+m+k \in \mathbb{N} \text{ نحصل ان } xSz \text{ يعني } xSz$$

(ii) هذه العلاقة ليست علاقة ترتيب كلي على $\{0\} - Z$ لأن
 $4 \nmid 5$ و $5 \nmid 4$ (ليس هناك مقارنته بين عدديهما
 يرتبطان $\{0\} - Z$).