

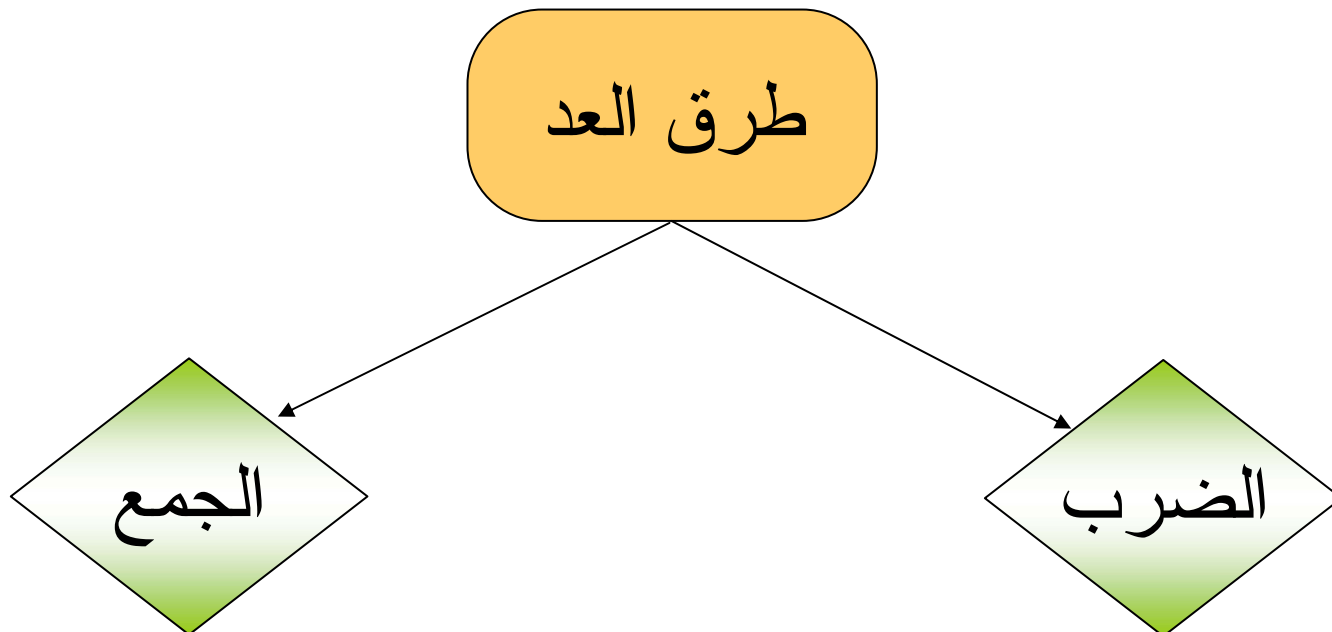
5. طرق العد

- قواعد العد الأساسية
- التوافيق
- التباديل
- تطبيقات

1.5 قواعد العد الأساسية

الهدف :

1. عدد العناصر بدون سردها
2. عدد الطرق الممكنة
3. احتمالات الوقوع



1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الضرب :

تحديد النتائج الممكنة لتجربة :

1. عدد مراحل التجربة = r

2. عدد الخيارات في المرحلة $i = n_i$

عدد النتائج
الممكنة للتجربة
?????

- المرحلة 1 لها n_1 من الخيارات
- المرحلة 2 لها n_2 من الخيارات
-
- المرحلة r لها n_r من الخيارات

$$\text{عدد النتائج الممكنة للتجربة} = n_1 \times n_2 \times \dots \times n_r$$

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الضرب :

مثال:

شركة سيارات لديها ثلاث أنواع من السيارات : S , M , L ويمكن للشركة أن تنتج أي نوع من هذه السيارات بلون: G , B , W كما أن الشركة تنتج كل نوع من هذه السيارات بناقل حركة : NA , A كم عدد السيارات ذات المواصفات المختلفة التي تنتجها الشركة؟

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الضرب :

مثال:

1. المراحل : الموصفات : النوع ، اللون ، ناقل الحركة = $r = 3$
2. عدد الخيارات في المرحلة

- المرحلة 1 = نوع السيارة ولها $n_1 = 3$ من الخيارات
- المرحلة 2 = لون السيارة ولها $n_2 = 3$ من الخيارات
- المرحلة 3 = ناقل الحركة ولها $n_3 = 2$ من الخيارات

عدد السيارات ذات المواصفات المختلفة

$$= n_1 \times n_2 \times n_3 = 3 \times 3 \times 2 = 18 \text{ سيارة مختلفة}$$

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الضرب :

مثال:

عند القيام بدراسة طبية صنف المرضى على أساس فصيلة الدم : A , B , AB , O وكذلك تم قياس ضغط الدم للمرضى وصنف ضغط الدم إلى : عالي ، معتدل ، منخفض فكم عدد أصناف المرضى في هذه الدراسة؟

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الضرب :

مثال:

1. المراحل : فصيلة الدم ، ضغط الدم = $r = 2$

2. عدد الخيارات في المرحلة

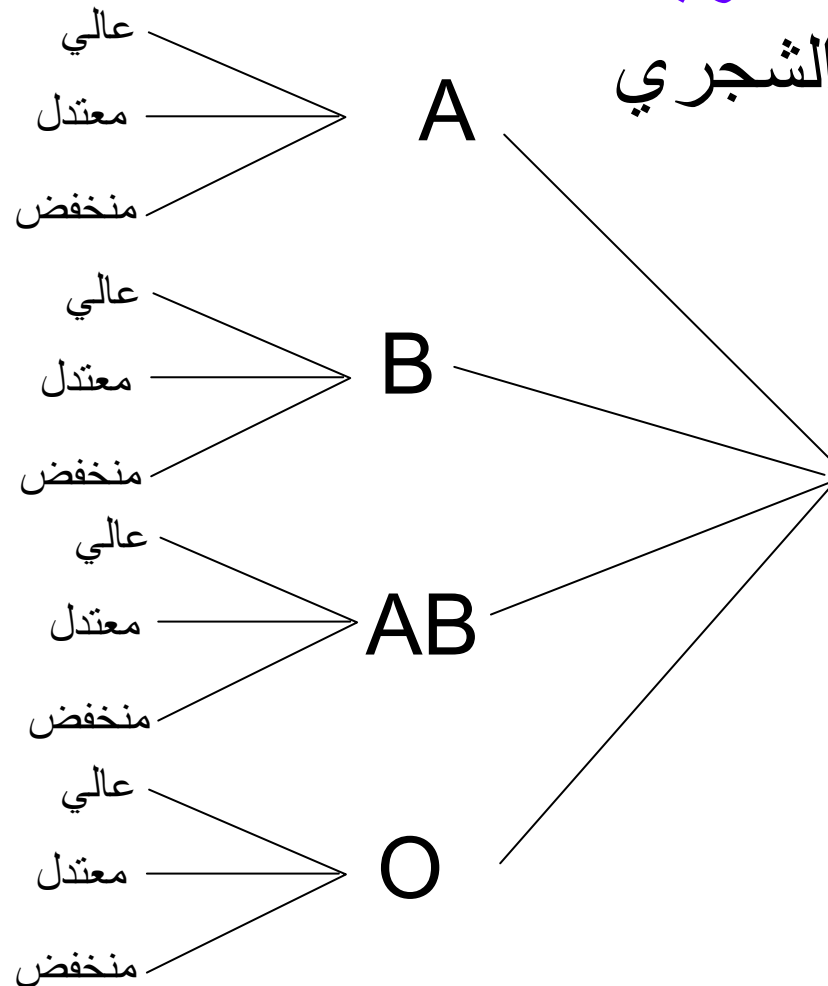
- المرحلة 1 = فصيلة الدم ولها $n_1 = 4$ من الخيارات
- المرحلة 2 = ضغط الدم ولها $n_2 = 3$ من الخيارات

عدد أصناف المرضى

$$= n_1 \times n_2 = 4 \times 3 = 12 \text{ صنف}$$

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الضرب :
مثال: التمثيل الشجري



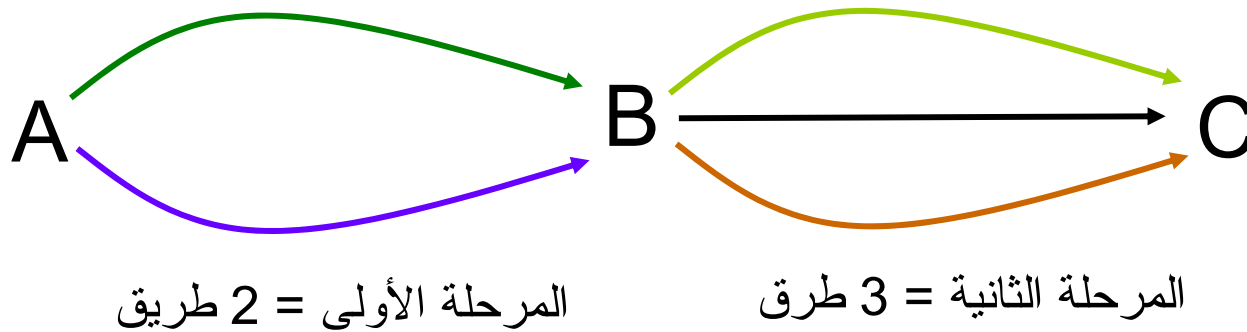
12
صنف
مختلف

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الضرب :

مثال:

إذا كنت تريد السفر من A إلى C ووجد طريقين مختلفين من A إلى B وثلاث طرق مختلفة من B إلى C فبكم طريقة مختلفة يمكنك المرور الوصول إلى مدينة C



عدد الطرق المختلفة من A إلى C = $3 \times 2 = 6$ طرق

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً - قاعدة الجمع :

تحديد النتائج الممكنة لتجربة :

▪ عدد مراحل = 1

1. عدد العمليات = r متتافية

2. عدد الخيارات في العملية $i = n_i$

- العملية 1 لها n_1 من الخيارات
- العملية 2 لها n_2 من الخيارات
-
- العملية r لها n_r من الخيارات

عدد النتائج
الممكنة للتجربة
?????

$$n_1 + n_2 + \dots + n_r = \text{عدد النتائج الممكنة للتجربة}$$

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الجمع :

مثال:

لديك 4 مقررات إحصاء و 5 مقررات رياضيات و 3 مقررات فيزياء
بممكن طريقة يمكنك اختيار مقرر واحد منها؟

المرحلة : اختيار مقرر واحد

العملية -1 : مقررات الإحصاء ، عدد الخيارات = 4

العملية -2 : مقررات الرياضيات ، عدد الخيارات = 5

العملية -3 : مقررات الفيزياء ، عدد الخيارات = 3

عدد الطرق الممكنة = $4 + 5 + 3 = 12$ طريقة

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الجمع :

مثال:

إذا كان لديك سيارة خاصة ولدي والدك ثلاث سيارات مختلفة ويمكنك قيادة أي منها وأردت الذهاب إلى الجامعة وكان لديك 4 من زملائك في الجامعة يمكنك الذهاب مع أي منهم فبكم طريقة تستطيع الوصول إلى الجامعة؟

المرحلة : الذهاب إلى الجامعة

العملية -1 : سيارتك الخاصة ، عدد الخيارات = 1

العملية -2 : سيارات والدك ، عدد الخيارات = 3

العملية -3 : زملائك ، عدد الخيارات = 4

عدد الطرق الممكنة = $1 + 3 + 4 = 8$ طريق

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الجمع :

مثال:

شخص ما يريد السفر من مدينة A إلى مدينة B ويستطيع السفر للمدينة B عن طريق القطار أو بالطائرة أو بالسيارة ، وقد وجد ثلاث شركات قطار مختلفة قدمت له عروض مغرية للتذاكر و شركتي طيران مختلفة قدمت له عروضين مختلفين و 5 شركات تأجير السيارات قدمت له عروض مغرية فبكم طريقة يستطيع هذا الشخص إتمام رحلته

المرحلة : السفر من A إلى B

العملية -1 : شركات القطار ، عدد الخيارات = 3

العملية -2 : شركات الطيران ، عدد الخيارات = 2

العملية -3 : شركات تأجير السيارات ، عدد الخيارات = 5

عدد الطرق الممكنة = $3 + 2 + 5 = 10$ طريق

1.5 قواعد العد الأساسية

أولاً – قاعدة الجمع :

مثال:

شخص ما يريد السفر من مدينة A إلى مدينة B ويستطيع السفر للمدينة B عن طريق القطار أو بالطائرة أو بالسيارة ، وقد وجد ثلاث شركات قطار مختلفة قدمت له عروض مغرية للتذاكر و شركتي طيران مختلفة قدمت له عروضين مختلفين و 5 شركات تأجير السيارات قدمت له عروض مغرية فبكم طريقة يستطيع هذا الشخص إتمام رحلته

المرحلة : السفر من A إلى B

العملية -1 : شركات القطار ، عدد الخيارات = 3

العملية -2 : شركات الطيران ، عدد الخيارات = 2

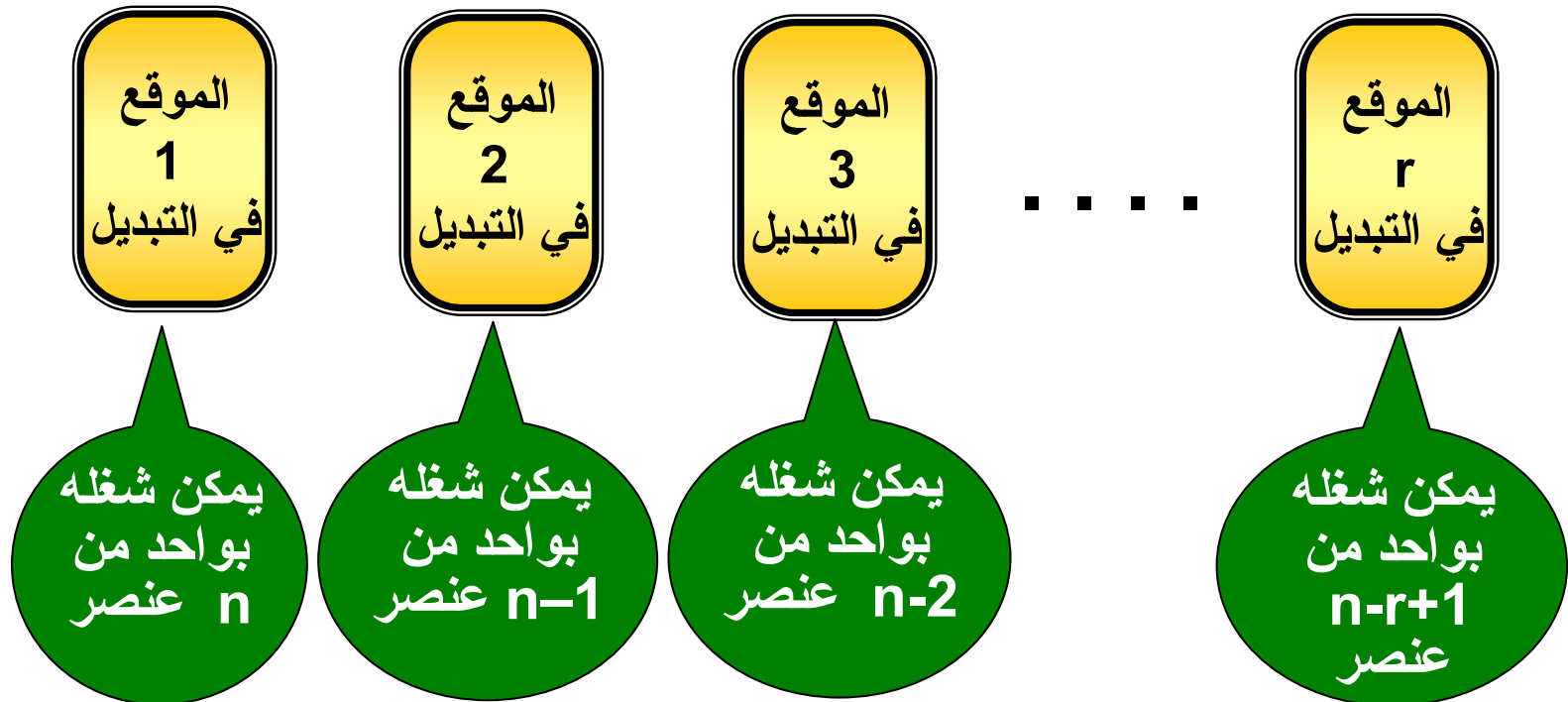
العملية -3 : شركات تأجير السيارات ، عدد الخيارات = 5

عدد الطرق الممكنة = $3 + 2 + 5 = 10$ طريق

2.5 التباديل

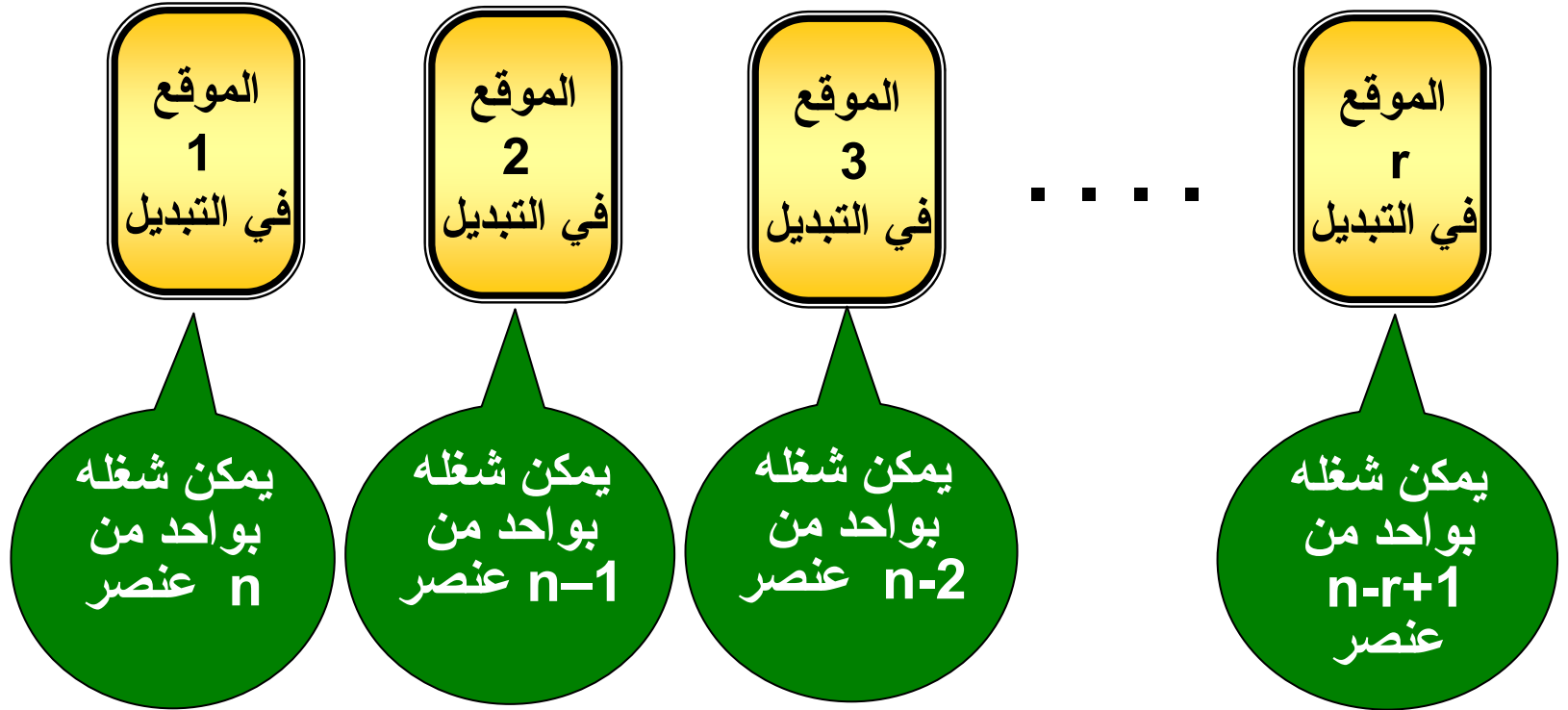
تحديد عدد الطرق الممكنة لترتيب عدة أشياء

بكم طريقة يمكن ترتيب r عنصر من بين n عنصر؟ ($n > r$)



2.5 التباديل

بكم طريقة يمكن ترتيب r عنصر من بين n عنصر؟ ($n > r$)



$$n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1) = \text{عدد التباديل الممكنة}$$

2.5 التباديل

عدد الطرق التي يمكن بها ترتيب r عنصر من بين n عنصر
($n > r$)

$$nPr = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)$$

n تبديل **r**

$$10P4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7$$

$$nPn = n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

n تبديل **n** = مضروب **n**

$$5P5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

2.5 التباديل

مثال:

بكم طريقة يمكن تكوين كلمة مكونة من 3 أحرف من بين
الأحرف التالية: A , B , C , D:

الحرف
1
في الكلمة

الخيارات
حرف من
4 أحرف

4

الحرف
2
في الكلمة

الخيارات
حرف من
3 أحرف
(خلاف
الحرف 1)

3

الحرف
3
في الكلمة

الخيارات
حرف من
2 حرف
(خلاف
الحرف 1 و 2)

2

عدد الطرق الممكنة
لتكوين الكلمة

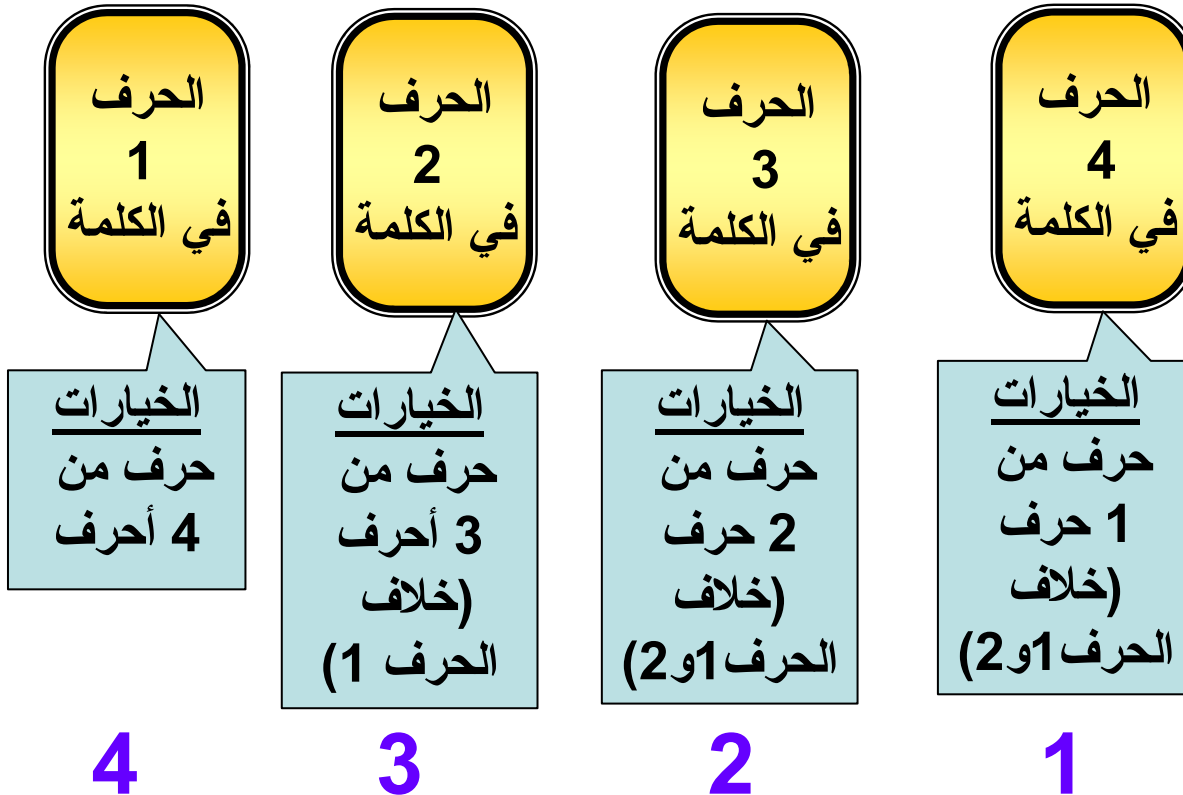
$$4P3 =$$

$$24 = 2 \times 3 \times 4 =$$

2.5 التباديل

مثال:

بكم طريقة يمكن تكوين كلمة مكونة من 4 أحرف من بين
الأحرف التالية: A , B , C , D:



عدد الطرق الممكنة
لتكوين الكلمة

$$4P4 =$$

$$4! =$$

$$24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 =$$

2.5 التباديل

مثال:

سيارة تتسع لخمسة أشخاص ويوجد 6 أشخاص يرغبون الذهاب بهذه السيارة بكم طريقة يمكن إركاب هؤلاء الأشخاص علما بأنه يمكن لأي منهم قيادة السيارة

الخيارات
شخص من
6 أشخاص

مقعد
1
في السيارة

الحرف
2
في السيارة

الخيارات
شخص من
5 أشخاص

الخيارات
شخص من
3 أشخاص

الخيارات
شخص من
4 أشخاص

الحرف
3
في السيارة

مقعد
4
في السيارة

مقعد
5
في السيارة

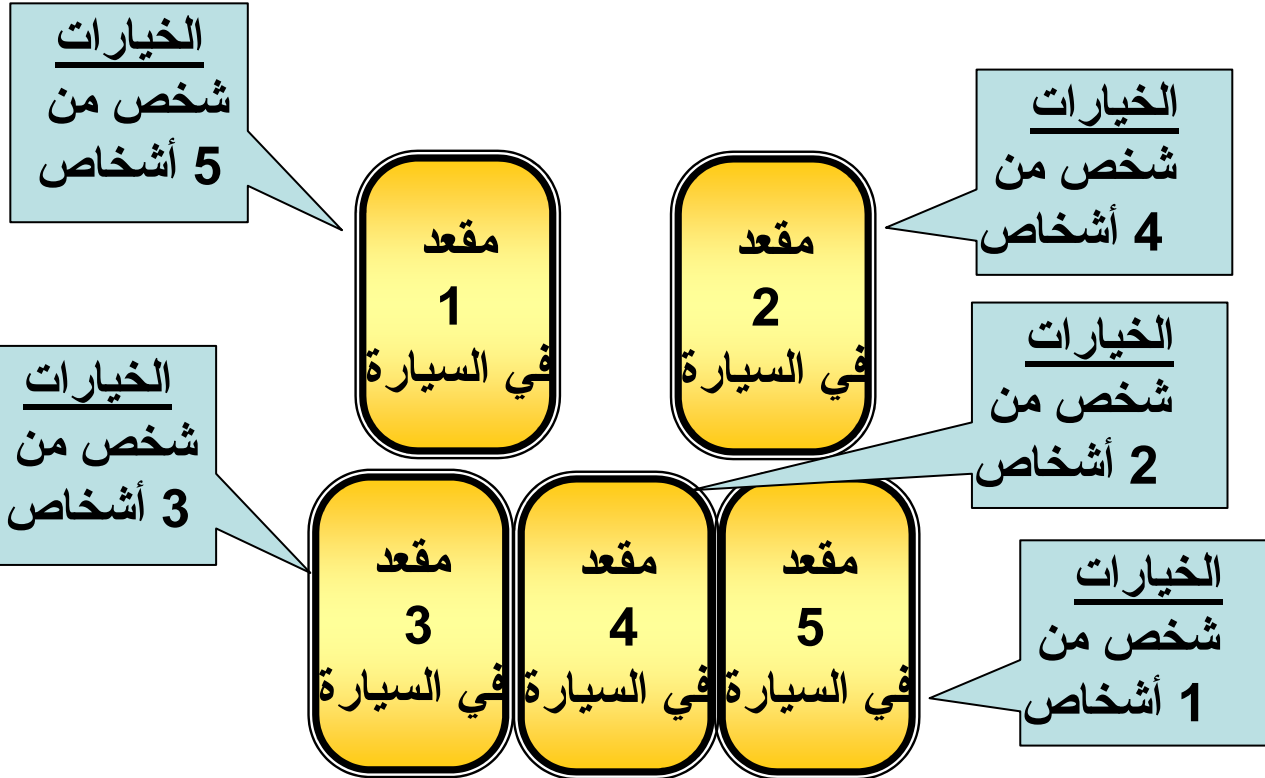
الخيارات
شخص من
2 أشخاص

عدد الطرق الممكنة
للإركاب = $6P5 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 720$

2.5 التباديل

مثال:

بكم طريقة يمكن إركاب 5 أشخاص في سيارة تحتوي على خمسة مقاعد علما بأنه يمكن لأي منهم قيادة السيارة

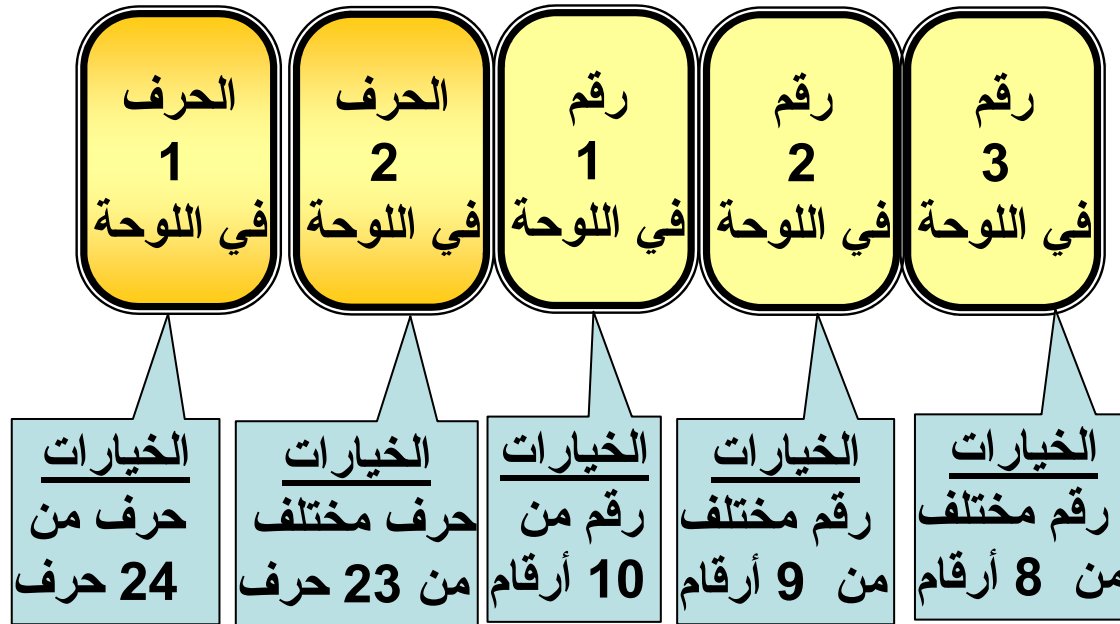


عدد الطرق الممكنة
للإركاب = $6P5 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120 =$

2.5 التباديل

مثال:

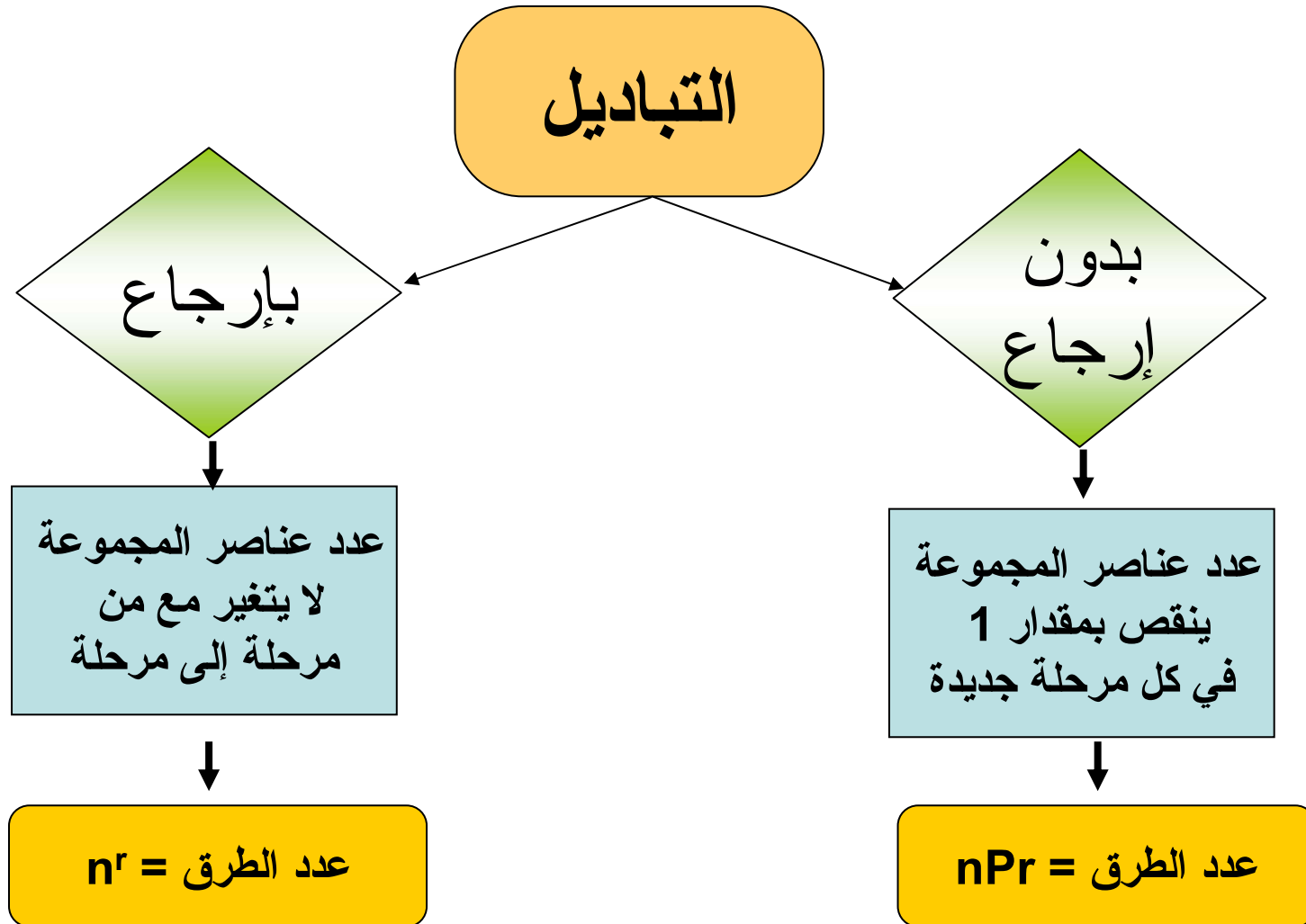
تعتزم إدارة المرور على إصدار لوحات سيارات تحتوي على حرفين وثلاثة أرقام؟ كم عدد اللوحات الممكن إصدارها إذا لم يمكن تكرار الحرف أو الرقم في اللوحة.



عدد اللوحات الممكنة

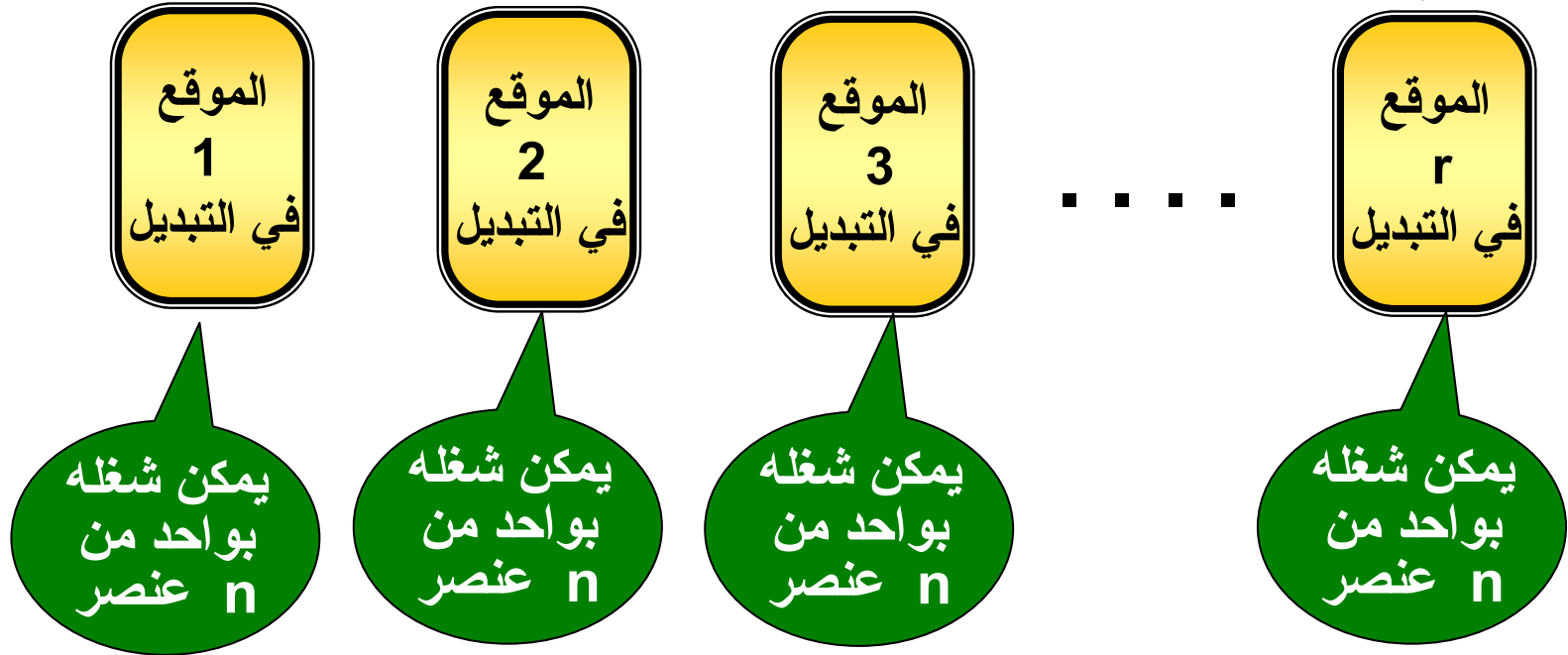
$$8 \times 9 \times 10 \times 23 \times 24 = 397,440 \text{ لوحة}$$

2.5 التباديل



2.5 التباديل

بكم طريقة يمكن ترتيب r عنصر من بين n عنصر بإرجاع؟
($n > r$)



$$n^r = n \times n \times n \times \dots \times n = \text{عدد التباديل الممكنة}$$

2.5 التباديل

مثال:

بكم طريقة يمكن تكوين كلمة مكونة من 3 أحرف من بين الأحرف التالية: A, B, C, D: علما بأن الحرف يمكن أن يتكرر في الكلمة

الحرف
1
في الكلمة

الخيارات
حرف من
4 أحرف

4

الحرف
2
في الكلمة

الخيارات
حرف من
4 أحرف

4

الحرف
3
في الكلمة

الخيارات
حرف من
4 حرف
(

4

عدد الطرق الممكنة
لتكوين الكلمة

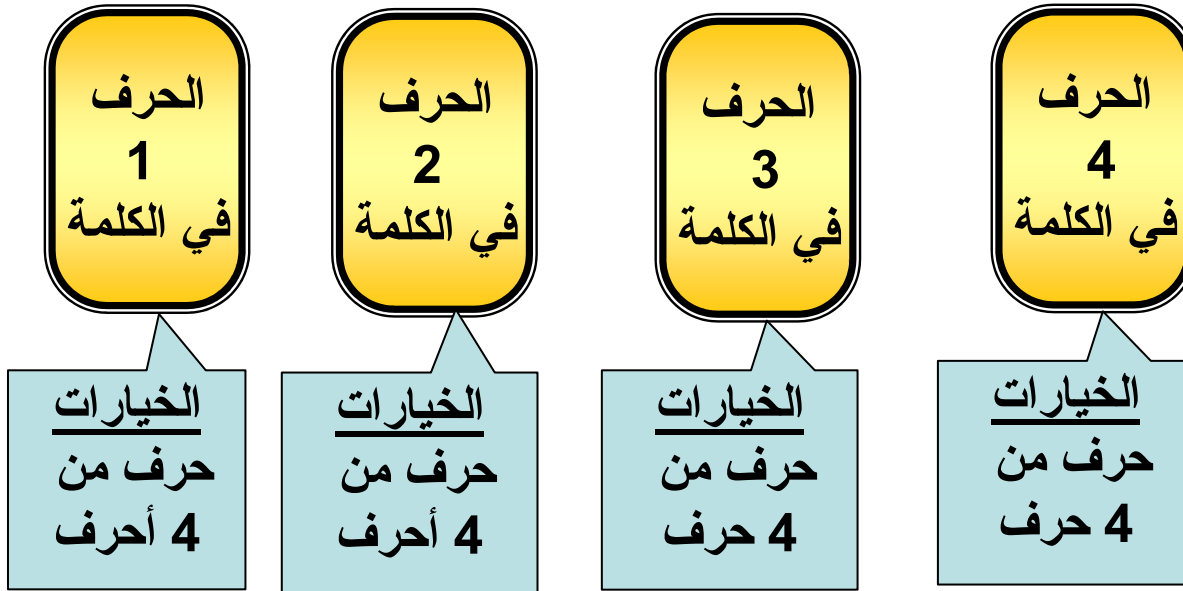
$$4^3 =$$

$$64 = 4 \times 4 \times 4 =$$

2.5 التباديل

مثال:

بكم طريقة يمكن تكوين كلمة مكونة من 3 أحرف من بين الأحرف التالية: A , B , C , D مع السماح بالتكرار

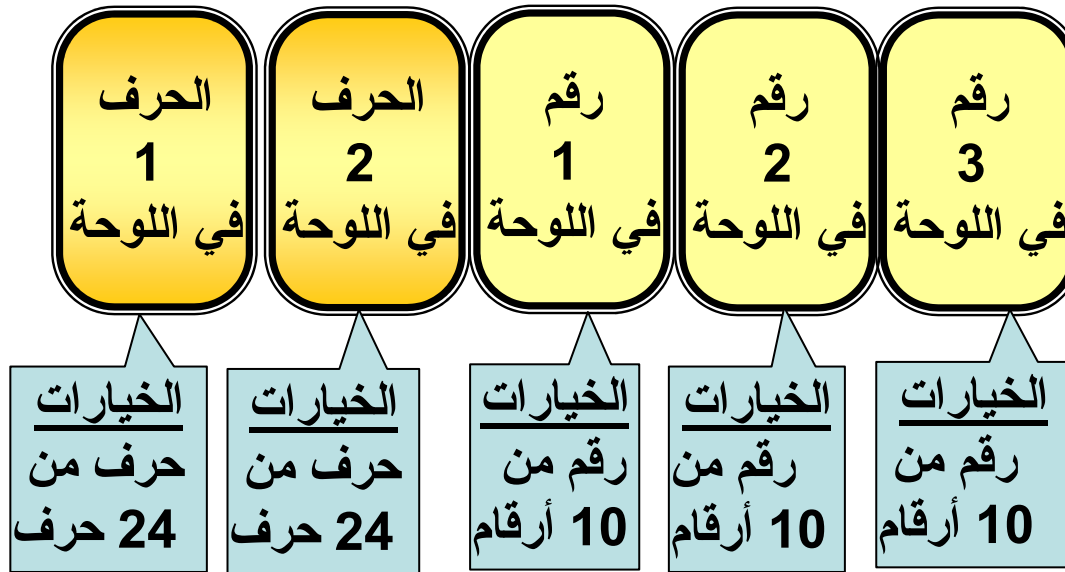


عدد الطرق الممكنة لتكوين الكلمة = $4^4 = 256$ كلمة

2.5 التباديل

مثال:

كم عدد اللوحات الممكن إصدارها من حرفين وثلاثة أرقام إذا أمكن تكرار الحرف أو الرقم في اللوحة.

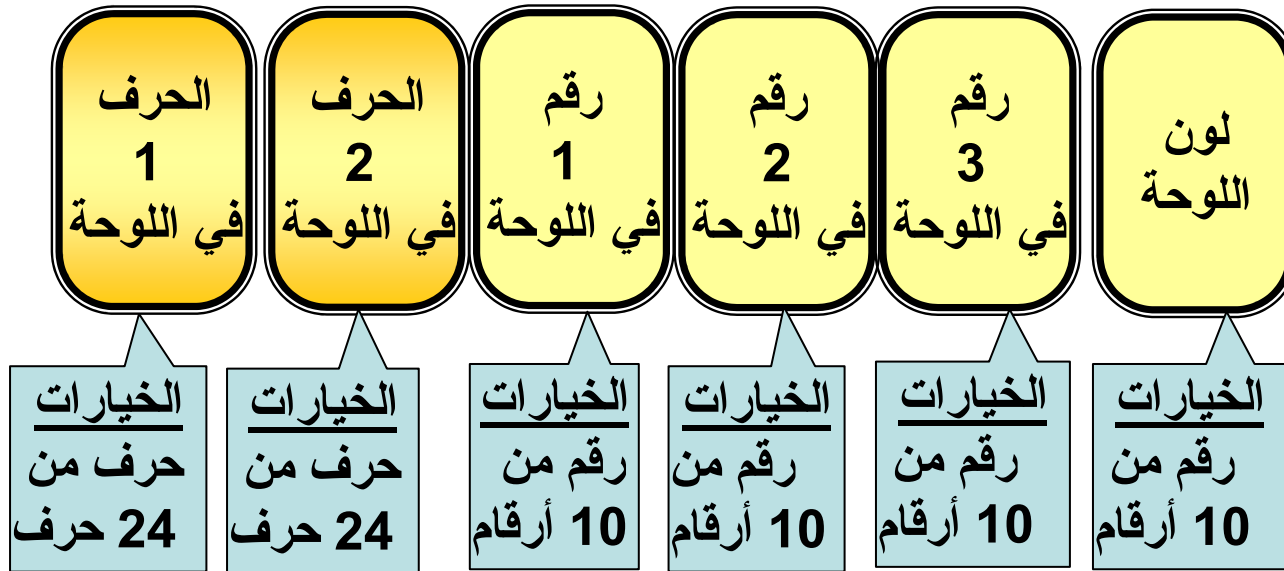


عدد اللوحات الممكنة = $10 \times 10 \times 10 \times 24 \times 24 = 576,000$ لوحة

2.5 التباديل

مثال:

كم عدد اللوحات الممكن إصدارها من حرفين وثلاثة أرقام إذا أمكن تكرار الحرف أو الرقم في اللوحة ووجد لونين مختلفين من اللوحات للسيارات الخاصة والنقل.

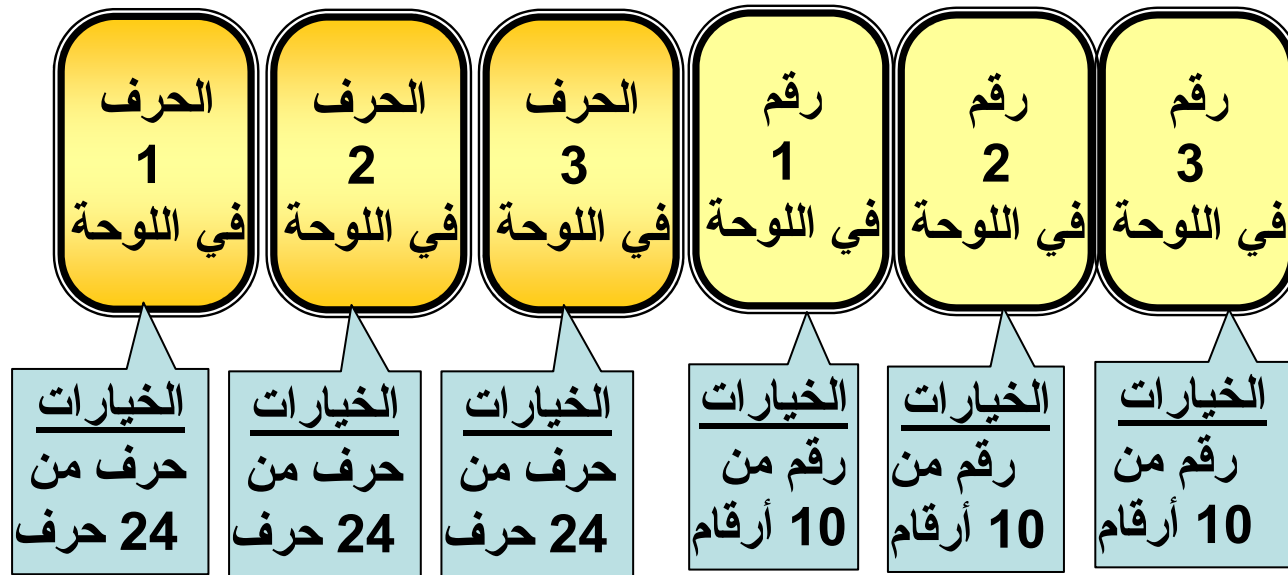


$$2 \times 10 \times 10 \times 10 \times 24 \times 24 = \text{عدد اللوحات الممكنة} = 1,152,000 \text{ لوحة}$$

2.5 التباديل

مثال:

كم عدد اللوحات الممكن إصدارها من ثلاث أحرف وثلاثة أرقام إذا أمكن تكرار الحرف أو الرقم في اللوحة.



$$10 \times 10 \times 10 \times 24 \times 24 \times 24 = \text{عدد اللوحات الممكنة} = 13,824,000 \text{ لوحة}$$

2.5 التباديل

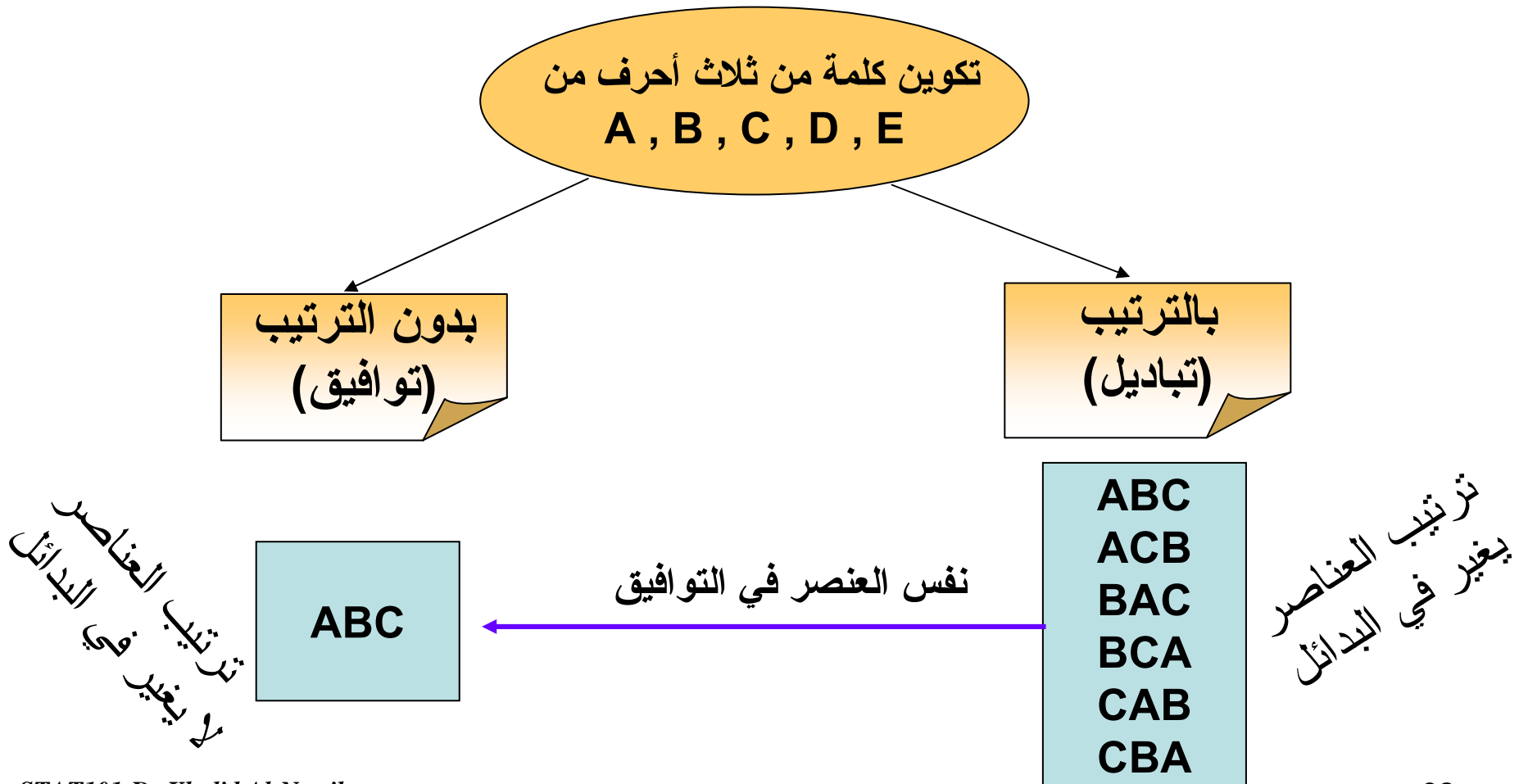
مثال:

تعتزم إدارة المرور إصدار نوع جديد من اللوحات مكون من ثلاث أحرف وأربع أرقام فكم عدد اللوحات الممكن إصدارها إذا أمكن تكرار الحرف أو الرقم في اللوحة.

$$\begin{array}{c} \text{أرقام} \qquad \qquad \qquad \text{حروف} \\ \hline 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 24 \times 24 \times 24 = \text{عدد اللوحات الممكنة} \\ = 138,240,000 \text{ لوحة} \end{array}$$

3.5 التوافيق

تحديد عدد التوليفات الممكنة بدون اعتبار الترتيب



3.5 التوافيق

عدد التوليفات (المجموعات) المختلفة المكونة من r عنصر التي يمكن تكوينها من n عنصر ($n > r$)

$$\binom{n}{r} = {}_n C_r = \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

3.5 التوافيق

مثال:

شعبة 101 إحص تحتوي على 20 طالب ويراد اختيار وفد من 5 طلاب لمقابلة رئيس القسم ، كم عدد الوفود المختلفة التي يمكن تكوينها من هذه الشعبة.

الترتيب غير مهم في اختيار الوفد \Leftarrow توافيق

$$\begin{aligned}\binom{20}{5} &= {}_{20}C_5 = \frac{20!}{5! (20-5)!} = \frac{20!}{5! (15)!} \\ &= \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times \cancel{(15)!}}{5! \cancel{(15)!}} = 15504\end{aligned}$$

3.5 التوافيق

مثال:

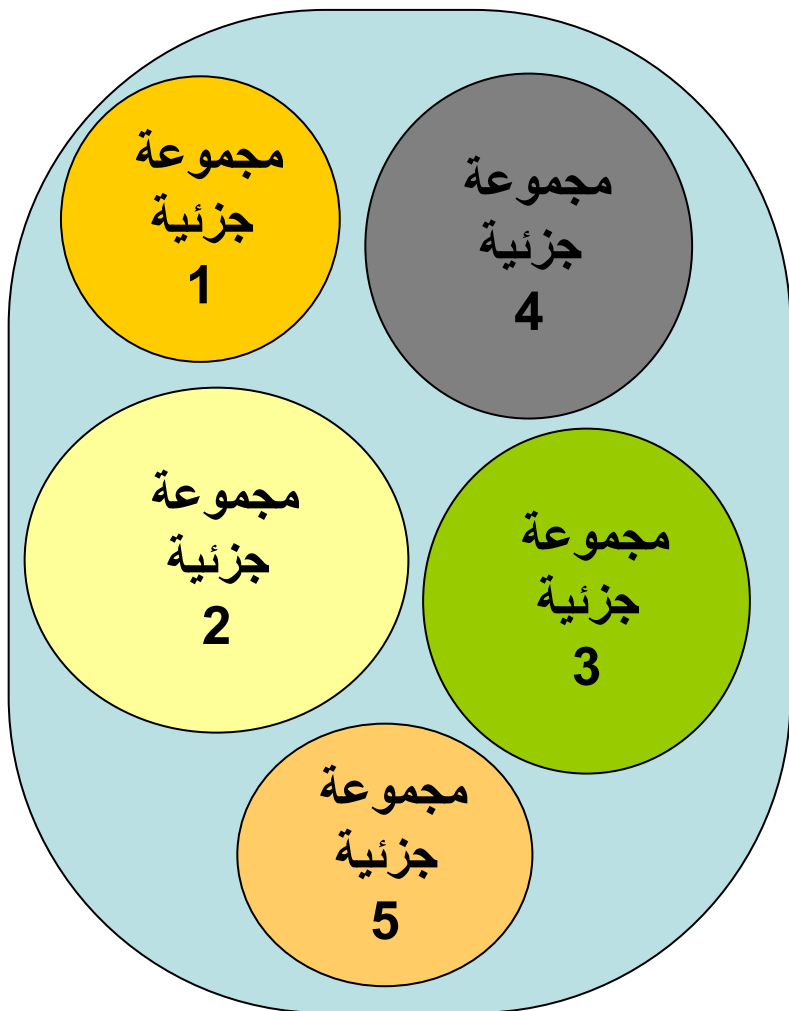
مجموعة من 10 طلاب ترغب المنافسة في لعبة كرة القدم،
بكم طريقة يمكن تقسيم المجموعة إلى فريقين مختلفين من 5
لاعبين لكل منهما.

الترتيب غير مهم في اختيار الفريق \Leftarrow توافيق

$$\begin{aligned}\binom{10}{5} &= 10 C 5 = \frac{10!}{5! (10-5)!} = \frac{10!}{5! (5)!} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times \cancel{(5)!}}{5! \cancel{(5)!}} = 252\end{aligned}$$

3.5 التوافيق

المجموعة الكلية



تكوين مجموعة من n عنصر بحيث تحتوي على:

- 1 عنصر من مجموعة جزئية 1 r_1
- 2 عنصر من مجموعة جزئية 2 r_2
- 3 عنصر من مجموعة جزئية 3 r_3
- 4 عنصر من مجموعة جزئية 4 r_4
- 5 عنصر من مجموعة جزئية 5 r_5

$$n = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5$$

3.5 التوافيق

عدد التوليفات (المجموعات) المختلفة المكونة من n عنصر بحيث يكون فيها r_1 عنصر متشابه و r_2 عنصر متشابه و ... و r_k و على أن يكون $r_1 + r_2 + \dots + r_k = n$

$$\binom{n}{r_1, r_2, \dots, r_k} = \frac{n!}{r_1! r_2! r_3! \dots r_k!}$$

3.5 التوافيق

مثال:

شعبة 101 إحصى تحتوي على 15 طالب من قسم الإحصاء و 10 طلاب من قسم الرياضيات و 5 طلاب من قسم الفيزياء يراد اختيار وفد من 6 طلاب لمقابلة رئيس القسم ، بحيث يكون 3 من قسم الإحصاء و 2 من قسم الرياضيات و 1 من قسم الفيزياء فكم عدد الوفود المختلفة التي يمكن تكوينها من هذه الشعبة.

عدد الوفد = $n = 6$ طلاب

$r_1 = 3$ إحصاء ، $r_2 = 2$ رياضيات ، $r_3 = 1$ فيزياء

$$n = r_1 + r_2 + r_3 = 3 + 2 + 1 = 6$$

3.5 التوافيق

مثال:

شعبة 101 إحصاء تحتوي على 15 طالب من قسم الإحصاء و 10 طلاب من قسم الرياضيات و 5 طلاب من قسم الفيزياء يراد اختيار وفد من 6 طلاب لمقابلة رئيس القسم ، بحيث يكون 3 من قسم الإحصاء و 2 من قسم الرياضيات و 1 من قسم الفيزياء فكم عدد الوفود المختلفة التي يمكن تكوينها من هذه الشعبة.

$$\binom{6}{3,2,1} = \frac{6!}{3! 2! 1!} = 60$$

3.5 التوافيق

مثال:

كم عدد الكلمات المختلفة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة

STATISTICS

عدد أحرف الكلمة = 10 حرف n

r_1 = عدد مرات الحرف A في الكلمة = 1

r_2 = عدد مرات الحرف C في الكلمة = 1

r_3 = عدد مرات الحرف I في الكلمة = 2

r_4 = عدد مرات الحرف S في الكلمة = 3

r_5 = عدد مرات الحرف T في الكلمة = 3

$$n = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 = 1 + 1 + 2 + 3 + 3 = 10$$

3.5 التوافيق

مثال:

كم عدد الكلمات المختلفة التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة

STATISTICS

$$\binom{10}{1,1,2,3,3} = \frac{10!}{1! 1! 2! 3! 3!} = 50400$$