

حل الاختبار النهائي

10

السؤال الأول :

شركة منتجات إلكترونية تنتج نوعين من الحاسبات الشخصية : A و B . يمر كل نوع من هذه الأجهزة عبر ثلاث مراحل للإنتاج هي : مرحلة اعداد اللوحة الأساسية ، مرحلة تركيب محركات الأقراص ، مرحلة تحميل نظام التشغيل . والوقت الذي يستغرقه كل جهاز في كل من هذه المراحل موضح في الجدول التالي:

| نوع الجهاز | الوقت المستغرق (ساعة) | | |
|------------|-----------------------|----------------|--------------|
| | اللوحة الأساسية | محركات الأقراص | نظام التشغيل |
| A | 3 | 1 | 2 |
| B | 2 | 0.5 | 1 |

توظف الشركة 7 فنيين موزعين على النحو التالي : 5 فنيين في قسم اعداد اللوحات الأساسية و 1 فنيين في قسم تركيب محركات الأقراص و فني واحد في قسم تحميل نظام التشغيل والبرمجيات ، وكل فني يعمل 8 ساعات يوميا علما بأن فني البرمجيات يستطيع العمل على ثلاثة أجهزة في آن واحد وتستطيع الشركة تخزين مجموع 10 أجهزة يوميا . وتربح الشركة 800 ريال في الجهاز من نوع A بينما ترباح 500 ريال في الجهاز من نوع B

(1) عرف متغيرات القرار تعريفا دقيقا ومن ثم أكتب النموذج الخطي لحل هذه المشكلة ؟

x_1 عدد الأجهزة المنتجة من نوع A في اليوم الواحد

x_2 عدد الأجهزة المنتجة من نوع B في اليوم الواحد

4

(2) أوجد الحل الأمثل بيانيا

4

النموذج الخطي:

$$\text{Max } Z = 800 x_1 + 500 x_2$$

$$\text{S.t. } 3 x_1 + 2 x_2 \leq 40$$

$$x_1 + 0.5 x_2 \leq 8$$

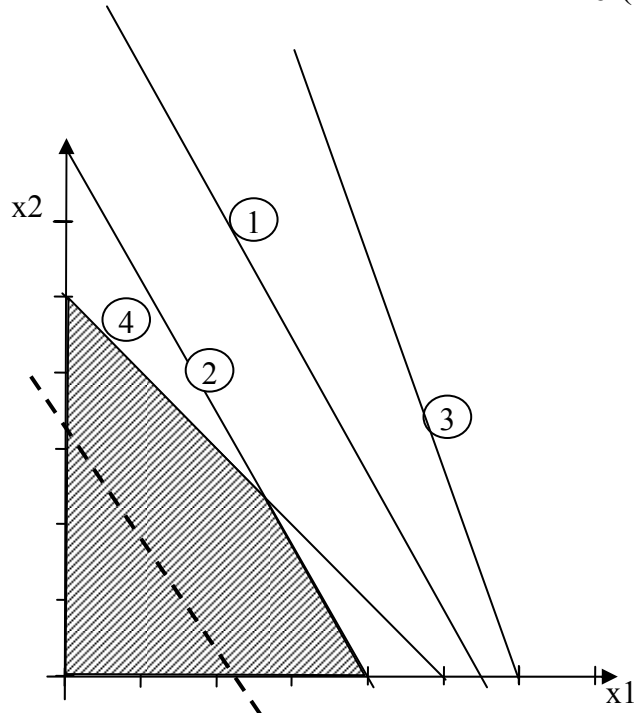
$$2 x_1 + x_2 \leq 24$$

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

الحل الأمثل :

$$x_1^* = 6 \quad x_2^* = 4 \quad Z^* = 6800$$



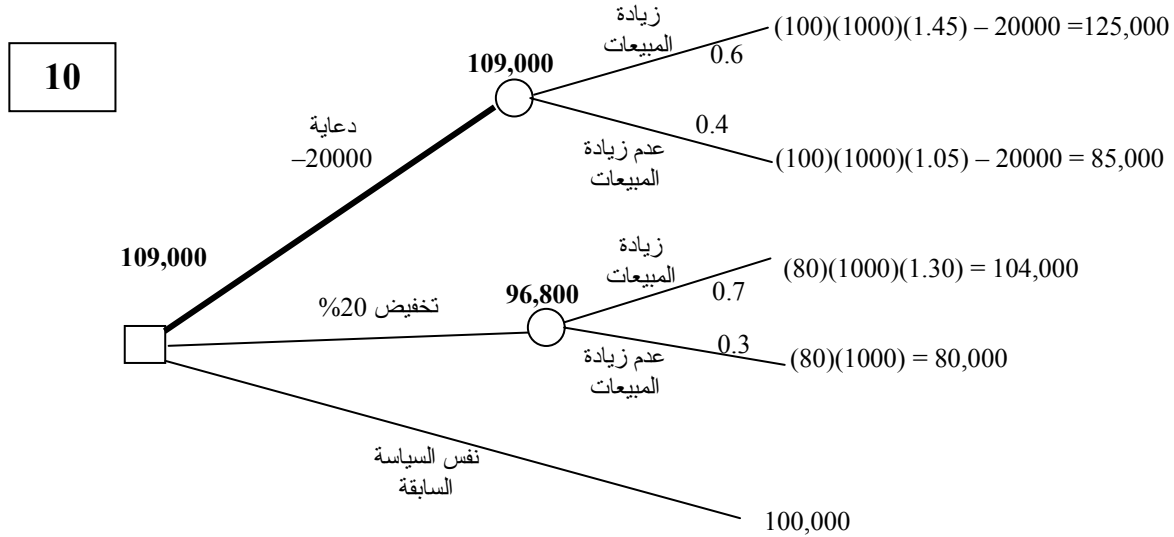
(3) أي الأقسام يمضي فيه الفنيون وقت فراغ (بدون عمل)؟ وما مقدار وقت الفراغ للفني؟

قسم اللوحة الرئيسية : مجموع وقت الفراغ = 40 - 26 = 14 ساعات يومي ← فراغ الفني الواحد = 2.8 ساعة

قسم البرمجيات : مجموع وقت الفراغ = 24 - 16 = 8 ساعات يوميا ← فراغ الفني = 2.67 ساعة

2

ترغب أحد الشركات بزيادة حجم مبيعاتها خلال السنة الجديدة القادمة ولديها ثلاثة خيارات: الأول - أن تستمر على نفس استراتيجية التسويق في العام الماضي ويتوقع أن تكون حجم المبيعات 1000 وحدة خلال السنة الجديدة. الثاني- أن تقوم الشركة بحملة دعائية في وسائل الإعلام بتكلفة 20,000 ريال وقد تكون هذه الحملة ناجحة باحتمال 0.6 بحيث يزيد حجم المبيعات بنسبة 45% عن المبيعات في الخيار الأول أو قد لا تؤثر هذه الحملة تأثيراً بالغاً باحتمال 0.4 وتكون الزيادة في المبيعات بنسبة 5%. الثالث- أن تقدم الشركة تخفيضاً بنسبة 20% على سعر السلعة وقد يزيد هذا العرض من المبيعات باحتمال 0.7 بحيث يزيد حجم المبيعات بنسبة 30% عن عن المبيعات في الخيار الأول أو قد لا يؤثر العرض على المبيعات باحتمال 0.3 وتبقى المبيعات كما هي في الخيار الأول. إذا علمت أن الشركة تباع الوحدة من منتجاتها بسعر 100 ريال، فأرسم شجرة القرار وما هو القرار الأمثل والقيمة المثلى له.



حل البرنامج الخطي التالي بطريقة السمبلكس

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 5x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 \\ \text{s.t. } x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &\leq 20 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 &\leq 28 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | s_1 | s_2 | RHS |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-----|
| Z | -5 | -2 | -4 | 3 | 0 | 0 | 0 |
| s_1 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 20 |
| s_2 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 28 |
| Z | 0 | 0.5 | 1 | -0.5 | 0 | 2.5 | 70 |
| s_1 | 0 | 3/2 | 0 | 3/2 | 1 | -0.5 | 6 |
| x_1 | 1 | 1/2 | 1 | 1/2 | 0 | 0.5 | 14 |
| Z | 0 | 1 | 1 | 0 | 1/3 | 14/6 | 72 |
| x_4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 2/3 | -1/3 | 4 |
| x_1 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1/3 | 1/6 | 12 |

تمتلك شركة وجبات سريعة 2 مستودعين غذائين لتأمين احتياجات 4 فروع لها في المملكة. وفيما يلي جدول يبين احتياج كل فرع ومحتوى كل مستودع من الأغذية (بالطن) بالإضافة إلى تكلفة نقل الطن الغذائي الواحد من كل مستودع إلى أي فرع من الفروع. فأوجد الحل الأمثل لتأمين احتياجات كل فرع بأقل التكاليف؟

| | تكلفة شحن الطن | | | | محتويات المستودع |
|--------------|----------------|--------|---------|--------|---------------------|
| | I فرع | II فرع | III فرع | IV فرع | |
| مستودع 1 | 10 | 23 | 12 | 20 | 5 |
| مستودع 2 | 15 | 8 | 19 | 4 | 8 |
| احتياج الفرع | 3 | 4 | 3 | 2 | |

5

| | v=10 | 23 | 24 | 19 | 15 |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|
| u=0 | 10 | 23 | 12 | 20 | 0 |
| | 3 | 2 | +22 | -1 | +15 |
| -15 | 15 | 8 | 19 | 4 | 0 |
| | -20 | 2 | 3 | 2 | 1 |

Z = 157 SR

5

| | v=10 | 1 | 12 | 11 | -7 |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|
| u=0 | 10 | 23 | 12 | 20 | 0 |
| | 3 | -22 | 2 | -9 | +15 |
| 7 | 15 | 8 | 19 | 4 | 0 |
| | +2 | 4 | 1 | 2 | 1 |

Z = 113 SR

5

| | v=10 | 3 | 12 | -1 | -5 |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|
| u=0 | 10 | 23 | 12 | 20 | 0 |
| | 2 | -20 | 3 | -21 | -5 |
| 5 | 15 | 8 | 19 | 4 | 0 |
| | 1 | 4 | -2 | 2 | 1 |

Z = 111 SR

أحد الدوائر الحكومية لديها 5 مهام تتوي اتمامها بأسرع وقت ممكن ولديها 5 من الموظفين كل منهم قادر على القيام بأي من هذه المهام علما بأن الوقت الذي يستغرقه كل موظف في انجاز أي مهمة موضح في الجدول التالي

| | Job 1 | Job 2 | Job 3 | Job 4 | Job 5 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Employee 1 | 14 | 5 | 8 | 7 | 6 |
| Employee 2 | 2 | 12 | 6 | 5 | 9 |
| Employee 3 | 7 | 8 | 3 | 9 | 10 |
| Employee 4 | 2 | 4 | 6 | 10 | 5 |
| Employee 5 | 5 | 3 | 4 | 13 | 8 |

| | | | | |
|---|----|---|----|---|
| 9 | 0 | 3 | 2 | 1 |
| 0 | 10 | 4 | 3 | 7 |
| 4 | 5 | 0 | 6 | 7 |
| 0 | 2 | 4 | 8 | 3 |
| 2 | 0 | 1 | 10 | 5 |

| | | | | |
|---|----|---|---|---|
| 9 | 0 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 10 | 4 | 1 | 6 |
| 4 | 5 | 0 | 4 | 6 |
| 0 | 2 | 4 | 6 | 2 |
| 2 | 0 | 1 | 8 | 4 |

| | | | | |
|---|----|---|---|---|
| 9 | 0 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 10 | 4 | 0 | 5 |
| 4 | 5 | 0 | 3 | 5 |
| 0 | 2 | 4 | 5 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 7 | 3 |

| | | | | |
|---|----|---|---|---|
| 9 | 0 | 3 | 0 | 0 |
| 0 | 10 | 4 | 0 | 4 |
| 4 | 5 | 0 | 3 | 4 |
| 0 | 2 | 4 | 5 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 7 | 2 |

$x_{52} = 1$

$x_{15} = 1$

$x_{24} = 1$

$x_{33} = 1$

$x_{41} = 1$

$Z = 19$

$x_{52} = 1$

$x_{33} = 1$

$x_{45} = 1$

$x_{21} = 1$

$x_{14} = 1$

$Z = 19$

$x_{52} = 1$

$x_{33} = 1$

$x_{41} = 1$

$x_{24} = 1$

$x_{15} = 1$

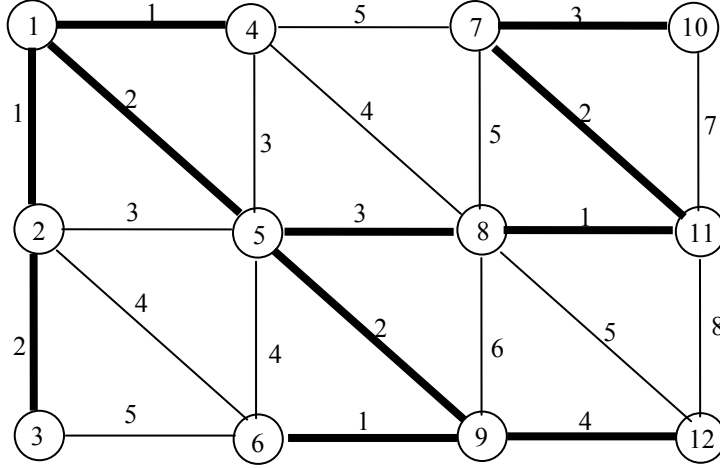
$Z = 19$

- (1) أوجد الطريقة المثلى لإسناد هذه المهام إلى الموظفين. وكم الوقت اللازم لإتمام هذه المهام بشكل أمثل.
 (2) هل يمكن إسناد المهام بطريقة مثلى مختلفة عن الحل في (1)؟ ما هو الحل البديل إن وجد؟

3

السؤال السادس : 24

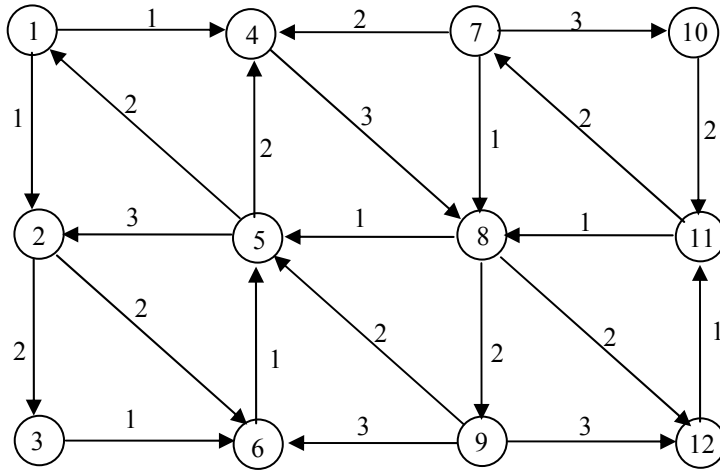
1- أوجد الشجرة الممتدة الصغرى وقيمتها المثلى في الشبكة الغير موجهة التالية



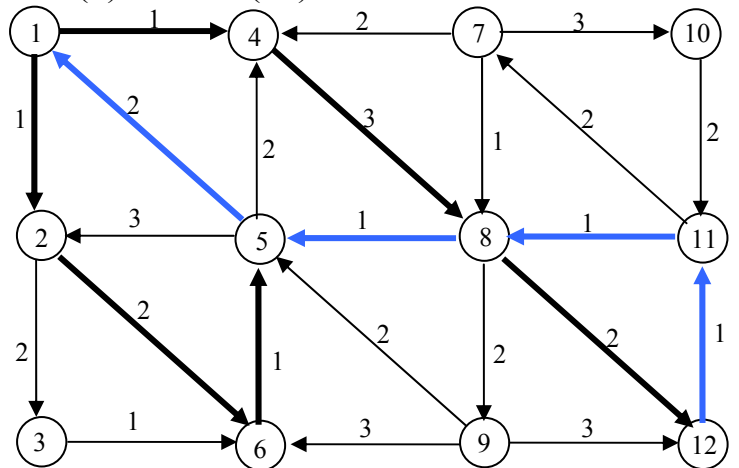
10

القيمة المثلى للشجرة = 22

2- أوجد أقصر مسار من العقدة (1) إلى العقدة (12) وقيمتها المثلى في الشبكة الموجهة التالية



3- أوجد أقصر مسار من العقدة (12) إلى العقدة (1) وقيمتها المثلى في نفس الشبكة الموجهة السابقة.



10

4

11

السؤال السابع:

يتوافد العملاء إلى بنك ما وفق عملية **Poisson** بمعدل **10 زبائن في الساعة** . ويوجد في البنك صرافاً واحداً يستغرق لخدمة العملاء وقتاً عشوائياً أسياً بمتوسط زمن **خدمة 5 دقائق للعميل** ، ويقضي الصراف وقت فراغه في قراءة الصحف والمجلات . فإذا علمت أن البنك يعمل لمدة 8 ساعات في اليوم ، فأوجد :

1. ما هو معدل خدمة العملاء في الساعة الواحدة؟

$$\text{معدل خدمة العملاء في الساعة الواحدة} = 5/60 = 12 \text{ عميل في الساعة}$$

2. ما هو متوسط عدد العملاء الذين يدخلون البنك في اليوم الواحد؟

$$\text{متوسط عدد العملاء الذين يدخلون البنك في اليوم الواحد} = (8)(\lambda) = 80 \text{ زبون في اليوم}$$

3. في حالة الاستقرار ، ما احتمال أن يكون في البنك 3 عملاء؟

$$\text{احتمال أن يكون في البنك 3 عملاء في حالة الاستقرار} = P_3 = (10/12)^3 (1-10/12) = 0.0965$$

4. ما احتمال أن يكون في البنك 3 عملاء منتظرين في حالة الاستقرار ؟

$$\text{احتمال أن يكون في البنك 3 عملاء منتظرين في حالة الاستقرار} = P_4 = (10/12)^4 (1-10/12) = 0.0801$$

5. ما هو متوسط عدد العملاء المتواجدين في البنك في حالة الاستقرار؟

$$\text{متوسط عدد العملاء المتواجدين في البنك في حالة الاستقرار} = L = 10/(12-10) = 5 \text{ عميل}$$

6. إذا كنت أحد عملاء هذا البنك ودخلت البنك الساعة 10:15 صباحاً ، فما الوقت المتوقع لمغادرتك؟

$$\text{إذا كنت أحد عملاء هذا البنك ودخلت البنك الساعة 10:15 صباحاً ، فالوقت المتوقع لمغادرتك} = W + 10:15$$

$$W = L/\lambda = 5/10 = 0.5 \text{ hr} = 30 \text{ min}$$

$$\text{الوقت المتوقع لمغادرتك} = 10:45 = 00:30 + 10:15 = W + 10:15$$

7. في المتوسط ، كم من الوقت يقضيه الصراف في قراءة الجرائد يومياً؟

$$\text{الوقت يقضيه الصراف في قراءة الجرائد يومياً} = P_0(8) = (8)(12/10 - 1) = (12/2)(8) = 1.33 \text{ ساعة يومياً}$$

قررت إدارة البنك تأمين مقاعد لانتظار العملاء **في الصف** وأي عميل لا يجد مقعداً فارغاً للانتظار لا يدخل البنك . فإذا كان في البنك 5 مقاعد للانتظار فأوجد :

أ. احتمال أن تخرج من منزلك قاصداً البنك فلا تتمكن من الدخول؟

$$\text{احتمال أن تخرج من منزلك قاصداً البنك فلا تتمكن من الدخول} = P_6 = 0.2312(12/10)^6 = 0.07743$$

ب. متوسط عدد مقاعد الانتظار الفارغة؟

$$\text{متوسط عدد مقاعد الانتظار الفارغة} = 5 - Lq = 5 - 1.655 = 3.345$$

ت. متوسط وقت الانتظار في الصف؟

$$\text{متوسط وقت الانتظار في الصف} = Wq = Lq/[\lambda(1-P_6)] = 1.655/[10(0.92257)] = 0.1794 \text{ ساعة}$$

ث. معدل عدد الزبائن اللذين يدخلون البنك بالفعل في الساعة؟

$$\text{معدل عدد الزبائن اللذين يدخلون البنك بالفعل} = \lambda(1-P_6) = 10(0.92257) = 9.225 \text{ عميل في ساعة}$$