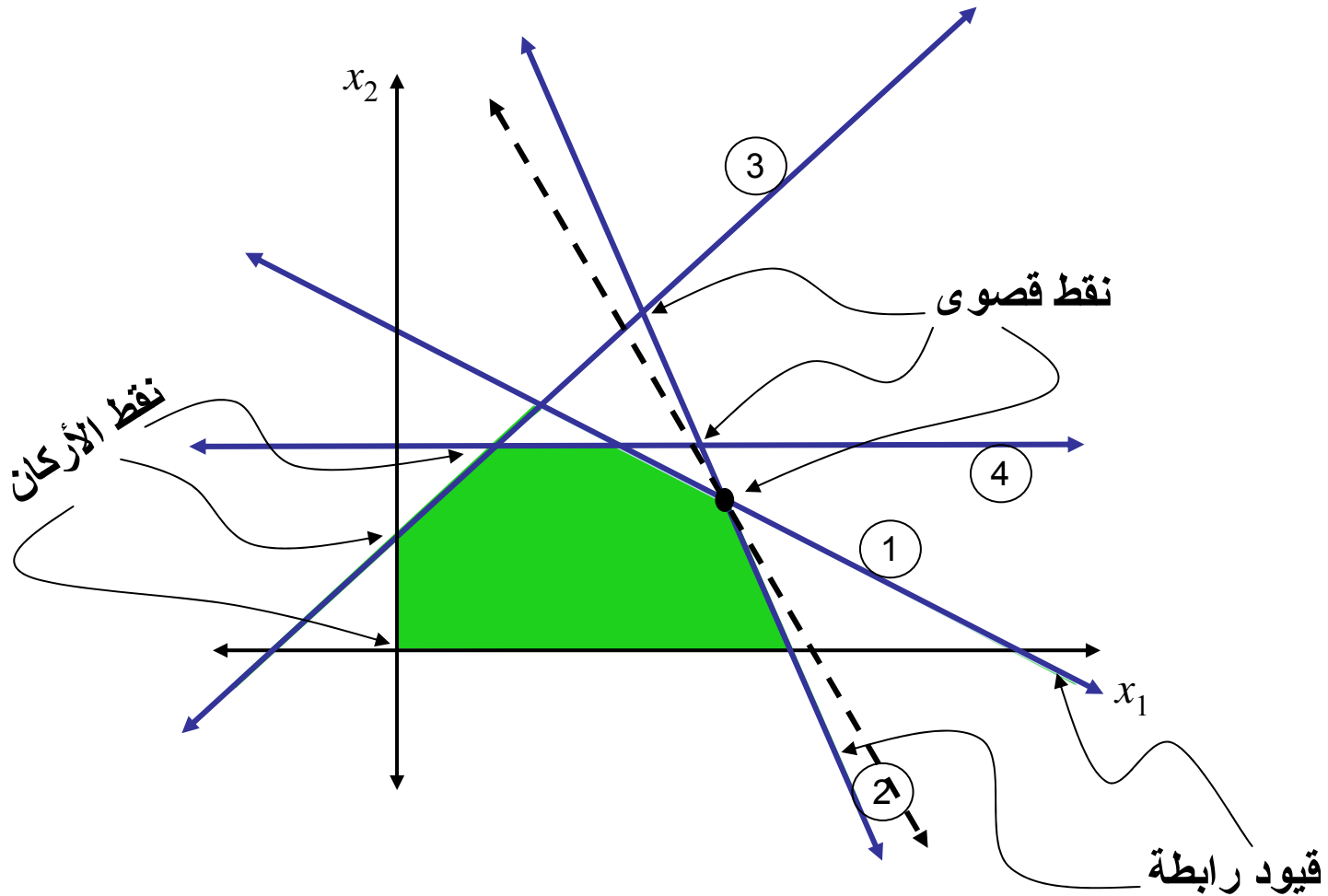


# تحليل الحساسية

## (Sensitivity Analysis)

- **تعريف : القيد الرابط (Binding Constraint)**  
يكون أحد القيود قيودا رابطا للحل الأمثل  $(x_1^*, x_2^*)$  إذا كان هذا القيد محققا في صورة مساواة عند قيم متغيرات القرار الأمثل.
- **تعريف : القيد الغير الرابط (Nonbinding Constraint)**  
يقال أن قيودا ما قيودا غير رابطا للحل الأمثل  $(x_1^*, x_2^*)$  إذا كان هذا القيد محققا في صورة مترابحة عند قيم متغيرات القرار الأمثل .
- **تعريف : النقطة القصوى (Extreme Point)**  
تسمى النقطة  $(x_1, x_2)$  نقطة قصوى في  $\mathbf{R}^2$  إذا وجد على الأقل مستقيمين مستقلين خطيا و يمران بالنقطة  $(x_1, x_2)$  .
- **تعريف : نقطة الركن (Corner Point)**  
تسمى النقطة  $(x_1, x_2)$  نقطة الركن للمجموعة FSS إذا لم يمكن إيجاد قطعة مستقيمة داخل المجموعة FSS تمر بالنقطة  $(x_1, x_2)$  وليست أحد طرفي القطعة المستقيمة.

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

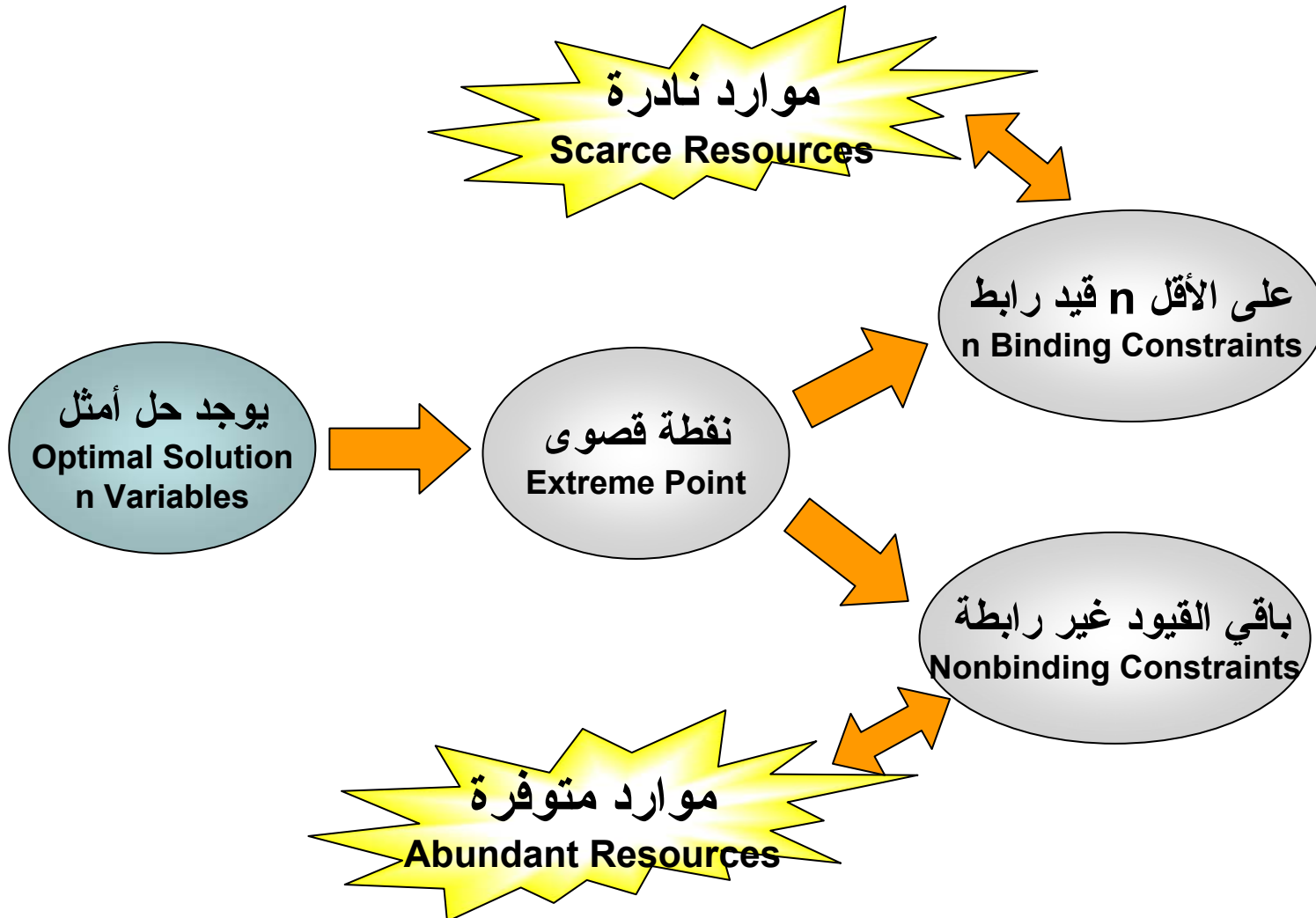


# تحليل الحساسية

## (Sensitivity Analysis)

- ما بعد إيجاد الحل الأمثل
- مدى حساسية الحل الأمثل للتغيرات في معطيات المشكلة
  - الموارد المتاحة :
    - ما تأثير زيادة أحد الموارد على قيمة دالة الهدف؟
    - إلى أي مدى يمكن إنقاص أحد الموارد دون التأثير على دالة الهدف؟
  - دالة الهدف
    - إلى أي مدى يمكن تغير قيمة أحد المتغيرات في دالة الهدف دون التأثير القرار؟

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)



# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## الموارد Resources:

– موارد نادرة : قيودها محققة عند الحل الأمثل بصيغة مساواة

– موارد متوفرة : قيودها محققة عند الحل الأمثل بصيغة متراجحات مطلقة

– مثال الدهانات :  $x_1^* = 3.33$  and  $x_2^* = 1.33$

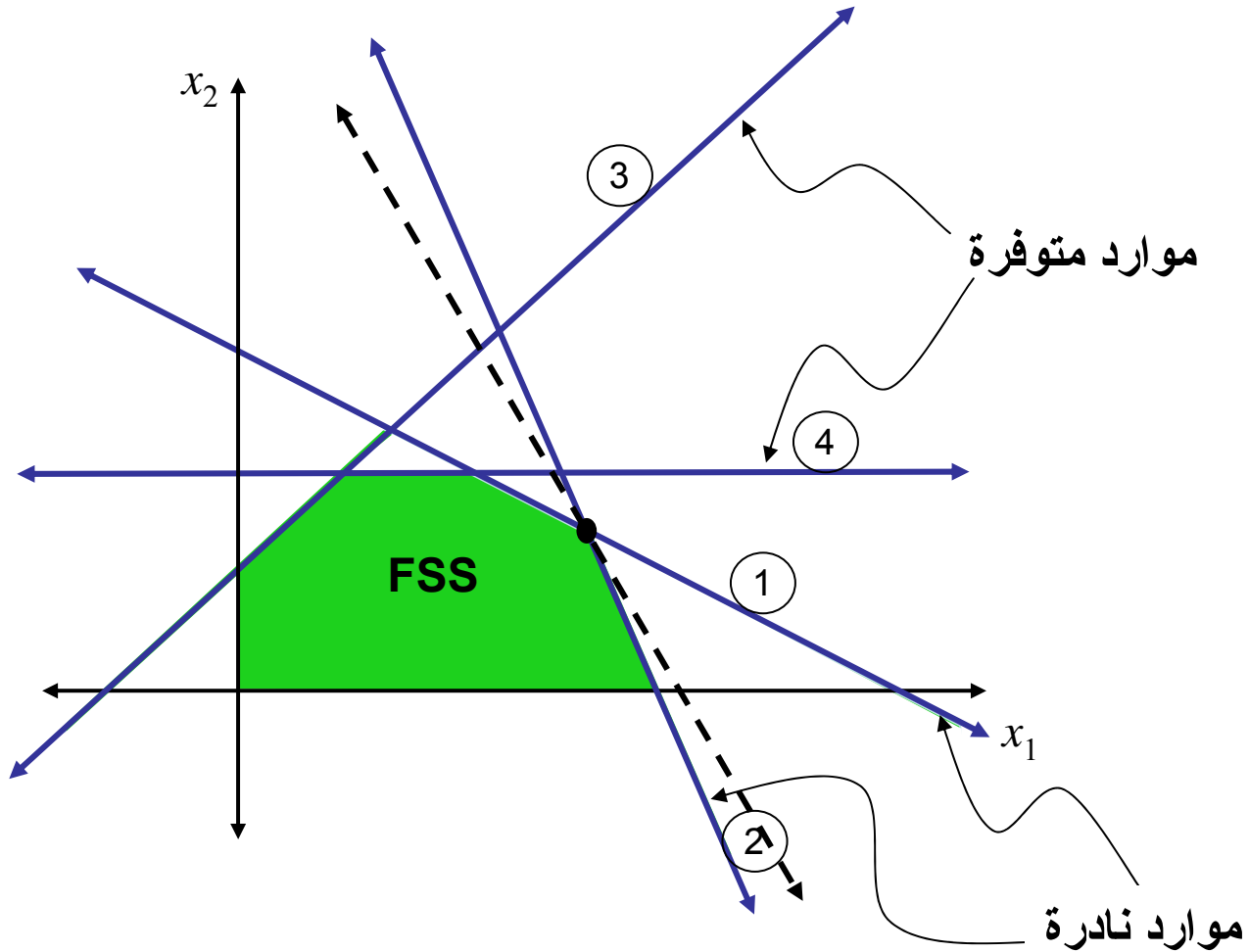
$$x_1^* + 2x_2^* = 6$$

$$2x_1^* + x_2^* = 8$$

$$x_2^* - x_1^* = -2 < 1$$

$$x_2^* = 1.33 < 2$$

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)



# تحليل الحساسية

## (Sensitivity Analysis)

### • الموارد Resources:

باعتبار دالة الهدف Max Z وجميع القيود من نوع ( $\leq$ )

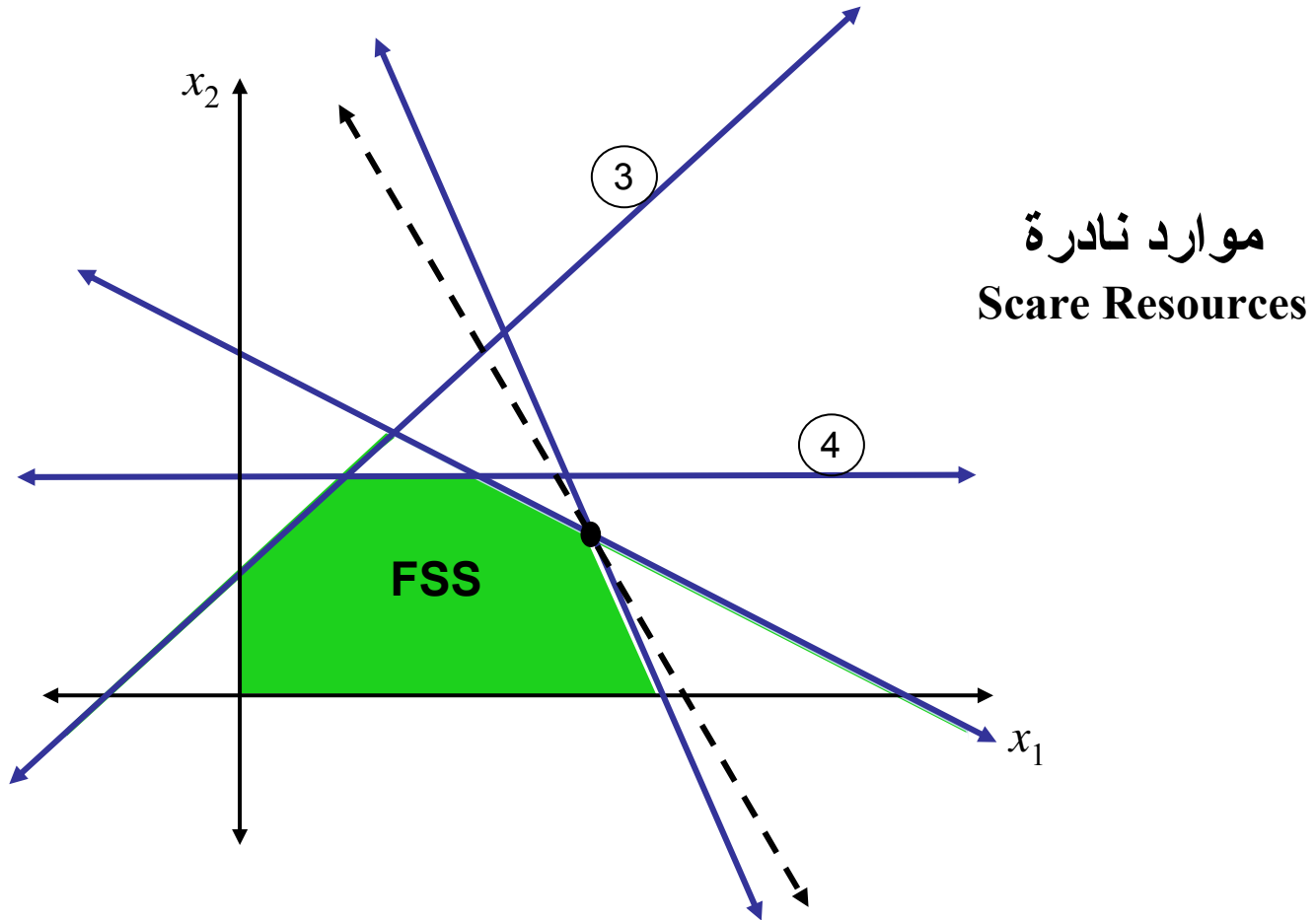
– الزيادة في الموارد النادرة ستؤدي إلى تحسين دالة الهدف

- إلى أي مدى يمكن زيادة أحد الموارد النادرة لتحسين دالة الهدف؟
- إلى أي مدى يمكن إنقاص أحد الموارد النادرة لتحسين دالة الهدف؟

– النقصان في الموارد المتوفرة قد يؤدي إلى توفير الاستهلاك

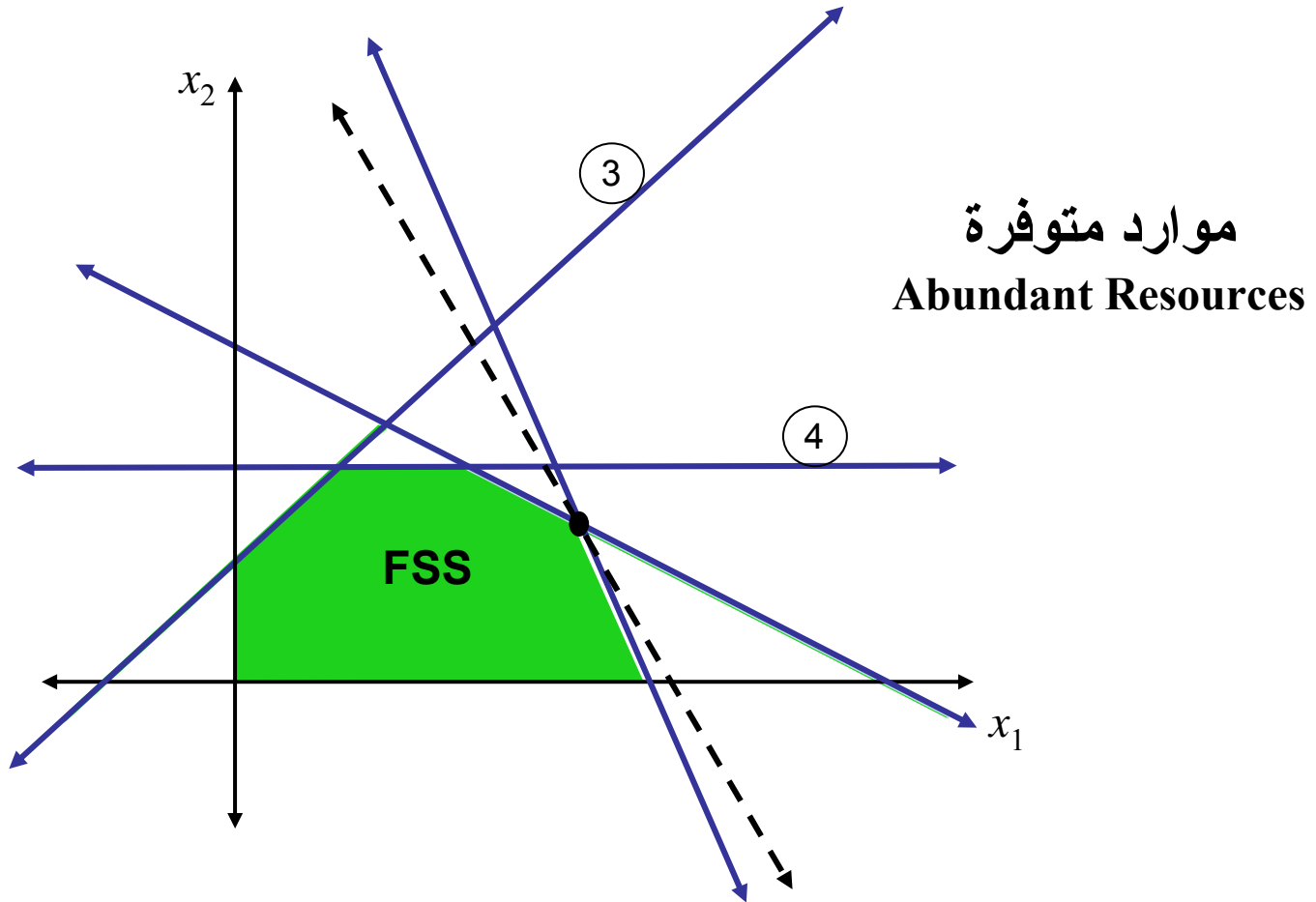
- إلى أي مدى يمكن إنقاص أحد الموارد المتوفرة دون التأثير على دالة الهدف؟
- إلى أي مدى يمكن زيادة أحد الموارد المتوفرة لتحسين دالة الهدف؟

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)





# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)



# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## الموارد النادرة :

– ما مدى تأثير زيادة وحدة واحدة من أحد الموارد النادرة على دالة الهدف؟

– زيادة أحد الموارد ( $i$ ) بمقدار  $\delta$  وحدة إضافية

– القيد الجديد للمورد:

$$a_i x_1 + b_i x_2 \leq c_i + \delta$$

– يعاد حل النظام الخطي بالقيد الجديد

– مقدار تأثير على دالة الهدف =  $Z^*_{\text{new}} - Z^*_{\text{old}}$

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– ما مدى تأثير زيادة طن واحد من مادة B على دالة الهدف؟

$$\text{Max. } Z = 3000 x_1 + 2000 x_2$$

Subject to

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

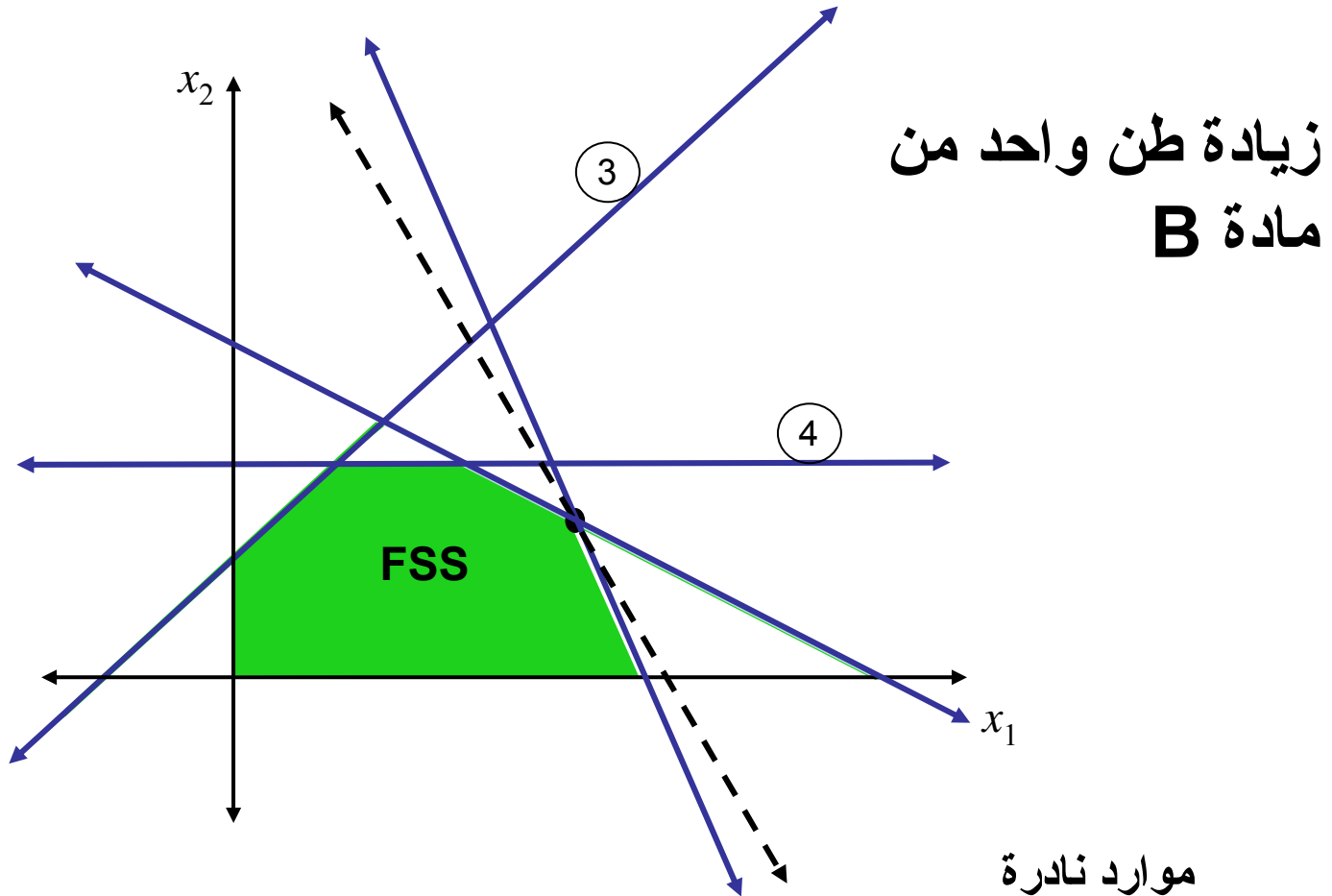
$$2x_1 + x_2 \leq 8+1$$

$$x_2 - x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0 \text{ و } x_2 \geq 0$$

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)



# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– مدى تأثير زيادة طن واحد من مادة B على دالة الهدف

$$x_1 + 2x_2 = 6$$

$$2x_1 + x_2 = 9$$

$$x_1^* = 4 , x_2^* = 1 , Z^* = 14000$$

مقدار تأثير الوحدة من B

$$= Z^*_{\text{new}} - Z^*_{\text{old}} = 14000 - 12666 = 1334 \text{ SR}$$

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## تمرين:

– مدى تأثير زيادة طن واحد من مادة A على دالة الهدف

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## الموارد المتاحة :

– ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من أحد الموارد النادرة لتحسين دالة الهدف؟

زيادة اقتصادية  $\Leftrightarrow$  كافة الكمية المتاحة من المورد و المستهلكة بدون فائض

إيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المورد بحيث تحدث تغييراً في منطقة فضاء الحلول

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

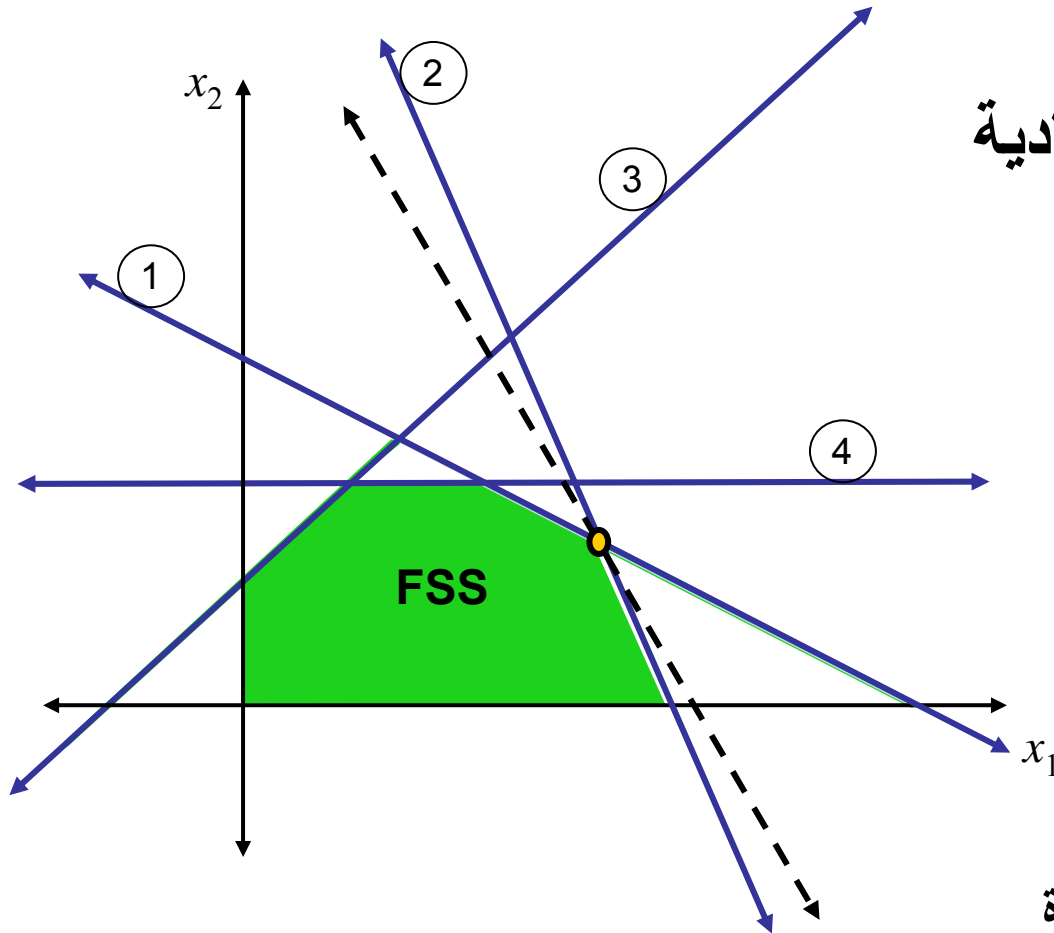
– ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من مادة B لتحسين دالة الهدف؟

زيادة اقتصادية  $\Leftrightarrow$  كافة الكمية المتاحة من B  
مستهلكة دون فائض

إيجاد أبعد مسافة يمكن بها إزاحة قيد استهلاك المادة B بحيث  
تحدث تغيراً في منطقة فضاء الحلول



# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)



أقصى زيادة اقتصادية  
من مادة B

موارد نادرة

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– أقصى زيادة اقتصادية من مادة B لتحسين دالة الهدف  
الحل الأمثل الجديد: ؟؟؟؟

القيد الجديد للمادة B هو:

$$2x_1 + x_2 \leq ??$$

الحل الأمثل الجديد هو نقطة تقاطع ثلاث مستقيمات

$$x_1 + 2x_2 = 6$$

$$2x_1 + x_2 = ??$$

$$x_2 = 0$$

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– أقصى زيادة اقتصادية من مادة B لتحسين دالة الهدف  
الحل الأمثل الجديد:

$$x_1^* = 6 , x_2^* = 0 , Z^* = 18000$$

القيود الجديد للمادة B هو:

$$2x_1 + x_2 \leq ??$$

القيود عند الحل الأمثل الجديد هو

$$2(6) + (0) = ??$$

الحد الأعلى للمادة B عند الحل الأمثل الجديد =  $2(6) + 0 = 12$  طن  
أقصى زيادة اقتصادية =  $12 - 8 = 4$  أطنان

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

تمرين:

– ما مقدار أقصى زيادة اقتصادية من مادة A لتحسين دالة الهدف؟

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## الموارد النادرة:

– السعر الاقتصادي للمورد النادر (Shadow Price) إذا أمكن شراء وحدات إضافية من المورد النادر فما هو أعلى سعر للشراء ذو منفعة للوحدة الواحدة

$$\frac{Z^*_{\text{new}} - Z^*_{\text{old}}}{\text{أقصى زيادة اقتصادية للمورد}} = \text{أعلى سعر مناسب للوحدة من المورد}$$

قيمة دالة الهدف بعد إضافة الوحدات الإضافية من المورد:  $Z^*_{\text{new}}$

قيمة دالة الهدف بدون إضافة أي وحدات إضافية من المورد:  $Z^*_{\text{old}}$

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– السعر الاقتصادي للطن من مادة B (Shadow Price)  
إذا أمكن شراء وحدات إضافية من مادة B فما هو أعلى سعر شراء ذو  
منفعة للوحدة الواحدة

$$Z^*_{\text{new}} = 18000$$

$$Z^*_{\text{old}} = 12666$$

$$\frac{18000 - 12666}{4} = B \text{ أعلى سعر مناسب للوحدة من}$$
$$= 1333.5 \text{ ريال للطن}$$

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– السعر الاقتصادي للطن من مادة A (Shadow Price)  
إذا أمكن شراء وحدات إضافية من مادة A فما هو أعلى سعر شراء ذو  
منفعة للوحدة الواحدة

# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– إلى أي مدى يمكن أن ينقص الطلب على الدهان الداخلي دون التأثير على قيم القرار؟

$$\text{Max. } Z = 3000 x_1 + 2000 x_2$$

Subject to

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + x_2 \leq 9$$

$$x_2 - x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2$$

$$x_1 \geq 0 \text{ و } x_2 \geq 0$$



# تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

## مثال الدهانات :

– إلى أي مدى يمكن أن ينقص الطلب على الدهان الداخلي دون التأثير على قيم القرار؟

$$x_1^* = 3.33 \text{ and } x_2^* = 1.33$$

$$x_1^* + 2x_2^* = 6$$

$$2x_1^* + x_2^* = 8$$

$$x_2^* - x_1^* = -2 < 1$$

$$x_2^* = 1.33 < 2$$

⇐ يمكن للطلب على الداخلي أن ينقص إلى 0.67 طن ويبقى القرار كما هو