

مقدمة في البرمجة الخطية

(Introduction to Linear Programming)

• تعريف :

يقال أن الدالة $f(x_1, \dots, x_n)$ خطية إذا كانت على الصورة

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

لأي قيم حقيقية للثوابت c_1, c_2, \dots, c_n

• تعريف :

لأي دالة خطية $f(x_1, \dots, x_n)$ وثابت b فإن المتراجحة

$$f(x_1, \dots, x_n) \geq b \quad \text{أو} \quad f(x_1, \dots, x_n) \leq b$$

تسمى متراجحة خطية

مقدمة في البرمجة الخطية

(Introduction to Linear Programming)

• تعريف :

- يسمى أي نظام خطي برنامجا خطيا إذا احتوى على الآتي :
1. دالة هدف خطية في متغيرات القرار (x_1, \dots, x_n) و يراد تعظيم أو تقليل قيمتها (Max) أو (Min)
 2. مجموعة من القيود في متغيرات القرار في صورة دوال أو مترجمات خطية
 3. قيود اللاسالبية على جميع متغيرات القرار

مقدمة في البرمجة الخطية

(Introduction to Linear Programming)

• خواص البرنامج الخطي :

1. التناسب (Proportionality)

مقدار التغير في دالة الهدف عند تغير أي متغير من متغيرات القرار يتناسب مع قيمة هذا المتغير في دالة الهدف

وبالمثل : مقدار التغير في استهلاك أي مورد من الموارد عند تغير أي متغير من متغيرات القرار يتناسب مع قيمة هذا المتغير في دالة القيد

حدود المعادلة على الصورة

$$(\text{ثابت}) \times (\text{ثابت})$$

$$\text{أو } (\text{ثابت}) \times (\text{متغير})$$

مقدمة في البرمجة الخطية

(Introduction to Linear Programming)

• خواص البرنامج الخطي :

2. التجميع (Additivity)

قيمة دالة الهدف لأي قرار هي مجموع العائد لكل متغير على حدة.
مقدار الاستهلاك لأي مورد في أي قرار هو مجموع استهلاك كل متغير على حدة.

(علاقة حدود المعادلة مع بعضها البعض علاقة جمعية فقط \pm)

مقدمة في البرمجة الخطية

(Introduction to Linear Programming)

• خواص البرنامج الخطي :

3. الاتصال (Continuity)

جميع متغيرات القرار متغيرات متصلة وليس منها متغيرات متقطعة (صحيحة) بمعنى يمكن أخذ أجزاء من متغير القرار

4. التأكد (Certainty)

جميع معالم النظام محددة بشكل حتمي وليس في النظام أي عوامل احتمالية أو متغيرات عشوائية

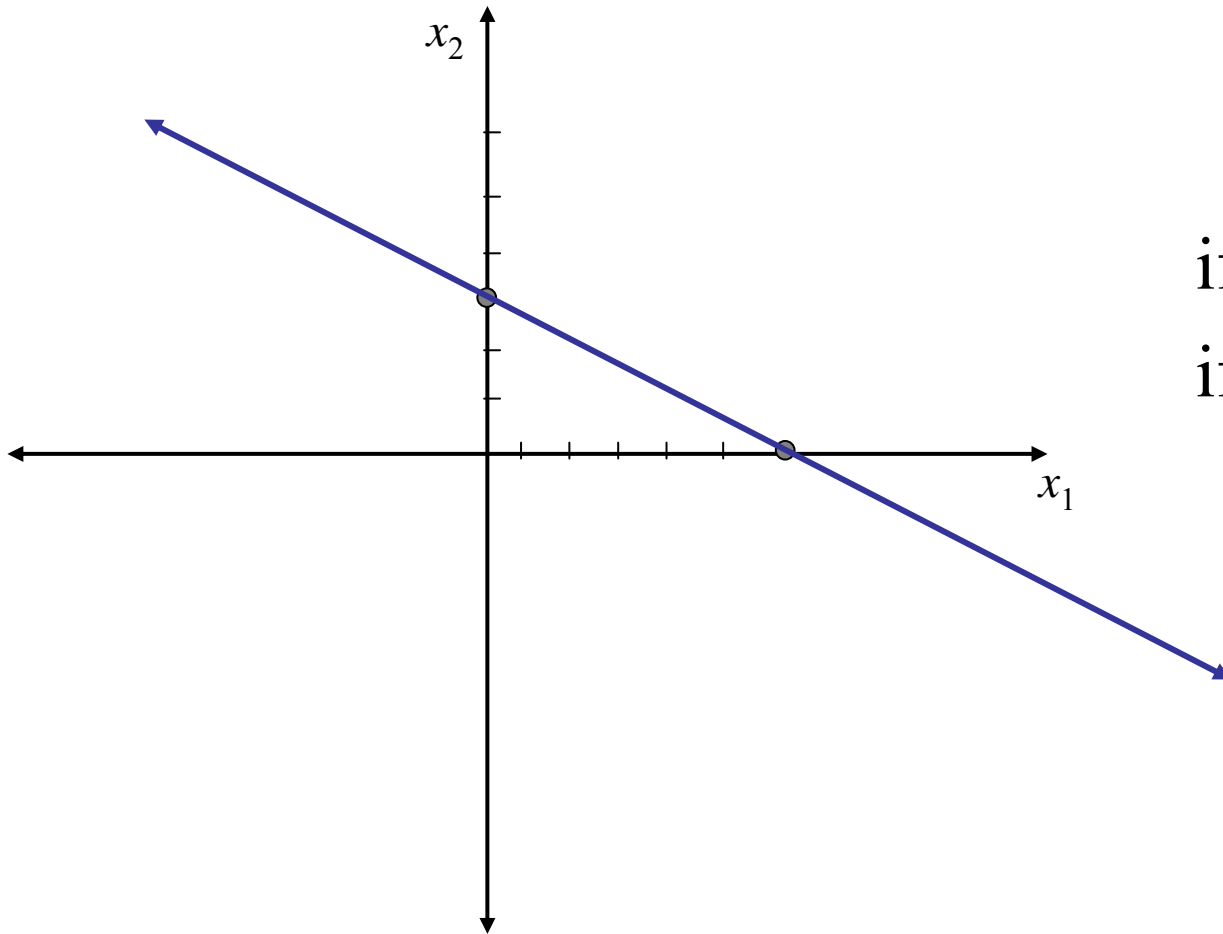
الحل البياني للبرنامج الخطي

(Graphical Solution for Linear Programs)

- أي معادلة في متغيرين يمكن تمثيلها بيانيا
- مع تطور الحاسب الآلي يمكن تمثيل بعض المعادلات في ثلاثة متغيرات
- أي معادلة خطية (Linear Equality) يمكن تمثيلها بيانيا \Leftrightarrow خط مستقيم
 - نقطتين على المستقيم (مثل : (2,0) and (0,4))
 - نقطة على المستقيم وميل (مثل : النقطة (2,6) والميل = 2)
- أي متراحة خطية (Linear Inequality) يمكن تمثيلها بيانيا \Leftrightarrow فضاء
 - (Half-Space) المتراحة الخطية تتصف الفضاء الذي تنتمي إليه \mathbf{R}^2
 - نقطتين على المستقيم ونقطة إضافية

الحل البياني للبرنامج الخطي

(Graphical Solution for Linear Programs)



مثال: $x_1 + 2x_2 = 6$

نقطتين:

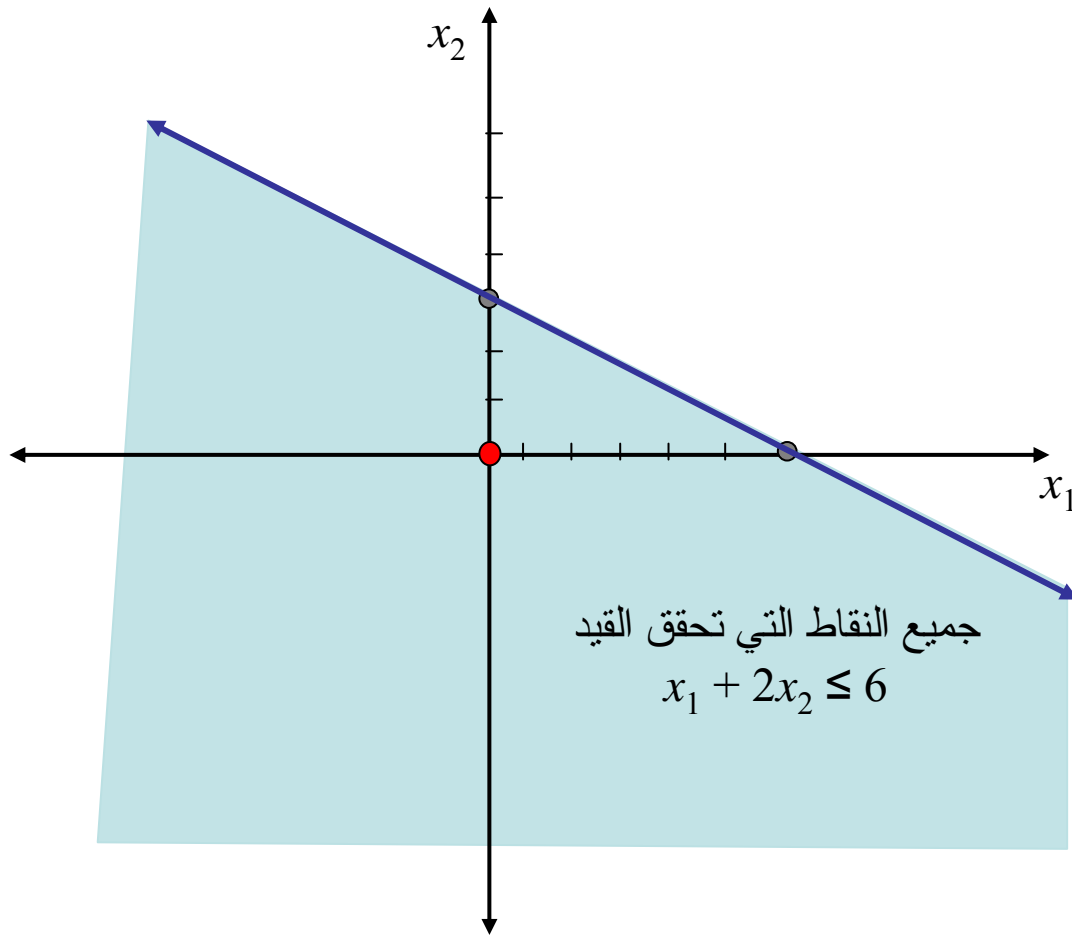
if $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 3$

if $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 6$

(0,3) and (6,0)

الحل البياني للبرنامج الخطي

(Graphical Solution for Linear Programs)



مثال: $x_1 + 2x_2 \leq 6$

نقطتين على المستقيم:

$$x_1 + 2x_2 = 6$$

if $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 3$

if $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 6$

(0,3) and (6,0)

نقطة إضافية للتعويض:

(0,0)

$$0 + 2(0) = 0 < 6$$

الحل البياني للبرنامج الخطي

(Graphical Solution for Linear Programs)

• تمرين

1. ارسم القيود التالية

$$5x_1 + 2x_2 = 70$$

$$20x_2 = 400$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 24$$

$$8x_1 > 16$$

2. أكتب معادلة القيد المار بالنقطة (0,4) بميل -1 على x_1

3. حدد منطقة القيد التي تقع فيها النقطة (0,0) والمار بالنقطتين (5,0) و (-3,1)