

السؤال الاول:

١) لتكن  $G = \langle a \rangle$  زمرة دورية من الرتبة  $n$ . لـ  $s \in \mathbb{Z}^+$ ، أثبت أن  $a^s$  تولد زمرة جزئية دورية  $H$  من الرتبة  $n/d$ ، حيث  $d = \gcd(n, s)$ .  
ب) عرّف الزمر الجزئية الناظرية.

ج) لتكن  $\Theta$  تشاكل من الزمرة  $G$  إلى الزمرة  $G'$ . فاثبت ان:

- ١-  $\ker \Theta = \{a \in G : \Theta(a) = e_{G'}\}$  هي زمرة جزئية ناظرية من  $G$ .  
(  $\ker \Theta = \Theta^{-1}(e_{G'})$  )  
٢-  $\Theta$  أحادية  $\Leftrightarrow \ker \Theta = \{e_G\}$ .

السؤال الثاني:

- أ- أثبت ان أي زمرة دورية غير منتهية تماثل زمرة الأعداد الصحيحة  $(\mathbb{Z}, +)$ .  
ب) اثبت انه اذا كانت  $G$  زمرة،  $H \leq G$ . فإن:  
 $a h a^{-1} \in H, \forall a \in G, h \in H \Leftrightarrow H \trianglelefteq G$

السؤال الثالث:

- أ) اذكر نص ميرهنه لاجرانج مع اثباتها.  
ب) اذكر نص المبرهنه الاساسية الاولى للتشاكل.  
ت) اثبت أن  $G/Z(G) \cong \text{Inn}(G)$ .

السؤال الرابع:

بيّن صحة أو خطأ العبارات التالية مع ذكر السبب (بدون اثبات النظريات)

١)  $aH = Ha$ ، لكل  $a \in G$ ،  $H \leq G$ .

ب)  $A_n \leq S_n$  لكل  $n \in \mathbb{Z}$ .

\*\*\*\*\*