

بنية الحلقات السلسلية

إعداد

حنان عبدالعزيز محمد العليان

٢٠٠١ م - ١٤٢٢ هـ

ملخص

لتكن R حلقة محلية منتهية . لقد أثبت كلارك أنه يوجد في R حلقة جالوا جزئية R_0 بحيث أن $R = R_0 + J(R)$ و $R_0/p R_0 \approx R/J(R)$. تسمى كل حلقة جزئية مثل R_0 بحلقة معاملة جزئية لـ R ؛ وتكون كل حلقتان معامليتان جزئيتان مترافقتين في R ، وبالتالي تكونان متماثلتين . ومن ناحية أخرى ، قدم ورت مفهوم الأساس المميز لحلقة ثنائية على حلقة جلوا كما أثبت وجود مثل هذا الأساس المميز . لتكن R حلقة سلسلية منتهية . باعتبار R حلقة ثنائية على حلقتها المعاملة الجزئية R_0 ؛ فإنه يوجد أساس مميز لـ R . ولقد استخدم كلارك وديريك هذا الأساس المميز لإعطاء بعض المعلومات عن بنية R ، كما استخدم ورت الأساس نفسه ليثبت أنه توجد حلقة كثيرات حدود متخالفة على R_0 بحيث تكون R حلقة خارج قسمة لها . ولقد درس الخميس مركز R_0 في R وأثبت أنه حلقة سلسلية إبدالية وأنه لا يعتمد على إختيار الحلقة المعاملة الجزئية R_0 . إن هذه الرسالة محاولة لتعميم هذه النتائج إلى حلقات قد لا تكون منتهية .

لتكن R_0 حلقة جلوا نحذو حذو ورت ونقدم مفهوم الأساس المميز لحلقة ثنائية M على (R_0, R_0) في البند الأول في الفصل الرابع . لقد أثبت وجود أساس مميز لـ M في الحالة التي يكون فيها $d(R_0, M)$ منتهياً . كما أعطيت بعض اللامتغيرات لهذا الأساس المميز بدلالة زمرة التماثلات الذاتية لـ R_0 . لتكن R حلقة آرتينية محلية ثنائية و M حلقة ثنائية على (R_0, R_0) بحيث يكون \bar{R} حقلاً جبرياً مطلقاً ومميزه غير صفري . فإن R تقبل حلقة معاملة جزئية R_0 وقد اثبتنا أن $R_0 + N = R$ كحلقة ثنائية على (R_0, R_0) بحيث N موجودة في $J(R)$.

لتكن R حلقة سلسلية بحيث يكون \bar{R} حقلاً جبرياً مطلقاً ومميزه غير صفري و R_0 الحلقة المعاملة الجزئية لـ R . إذا كانت M حلقة ثنائية على (R_0, R_0) فإن الزوج المرتب (s, σ) يسمى عنصراً مميزاً لـ M حيث s عنصر غير صفري في M و $\sigma \in \text{Aut } R_0$. وكما في ورت ، فقد أثبت أنه يوجد عنصر مميز (θ, σ) لـ R بحيث

$J(R) = \theta R = R \theta$. يوجد عدد أولي p وعدد صحيح موجب n بحيث $\text{char } R = p^n$. بغرض تجنب الحالة التافهة ، فإننا نفرض أن $n > 1$. ليكن k هو أصغر عدد صحيح موجب بحيث $\langle \theta \rangle^k = pR$ كمثالي . عندئذٍ ، وكما فعل كلارك

ودريك و ورت في حالة الحلقات السلسلية المنتهية ، فإننا نثبت أن $R_0 \theta^{k-1} + \dots + R_0$
المنتهية مثل تعيين مركز R ومركز R_0 في R . وأخيراً تم إثبات أن R تماثل
حيث m هو دليل التلاشي لـ $J(R)$ و $g(x)$ كثيرة حدود إيزنستاينية مناسبة .
 $R_0 [x, \sigma] / \langle g(x), x^m \rangle$