

المادة: ٥٠٢ قصر

تدريب (٢)

الموضوع: تطبيقات على نظرية بيز في تنقيح الاحتمالات المسبقة.

رقم الطالب:	أسم الطالب:
-------------	-------------

قام احد الباحثين بتقسيم حالات الطبيعة (θ) الممثلة بالجدارة الإنتاجية لمزارع إنتاج محاصيل الحبوب إلى خمسة أقسام: (أ) عالية الجودة، (ب) جيدة، (ج) متوسطة الجودة، (د) دون المتوسط، (هـ) منخفضة الجودة الإنتاجية. توفر لدى هذا الباحث الاحتمالات المسبقة Prior probabilities والتي تعتمد في تعيينها على إنتاجية محاصيل الحبوب لهذه المزارع. بافتراض أن إنتاجية محصول الشعير (X) تكون عالية إذا كان متوسط إنتاجية الدونم الواحد ٥٢٥ كيلوجرام مقارنة بنحو ٣٥٠ و ١٧٥ كيلوجرام للإنتاجية المتوسطة والمنخفضة لمحصول الشعير على الترتيب. قام هذا الباحث بالاستعانة بالمتخصصين في إنتاج محاصيل الحقل في تعيين الاحتمالات الشرطية Conditional probabilities لإنتاجية محصول الشعير لكل حالة من حالات الطبيعة والجدول التالي يوضح هذه الاحتمالات بالإضافة إلى الاحتمالات المسبقة المناظرة لكل حالة من حالات الطبيعة.

الاحتمالات الشرطية لإنتاجية محصول الشعير وفقاً لمستوى الجودة الإنتاجية المزرعية.

حالات الطبيعة	الاحتمالات المسبقة	إنتاجية محصول الشعير (كيلوجرام/الدونم)		
		$X_1 = 175$	$X_2 = 350$	$X_3 = 525$
θ_i	$\pi(\theta_i)$	الاحتمالات الشرطية: $\Pr(X \theta_i)$		
عالية الجودة	$\pi(\theta_1) = 0.05$	0.05	0.35	0.60
الجيدة	$\pi(\theta_2) = 0.25$	0.15	0.50	0.35
متوسطة الجودة	$\pi(\theta_3) = 0.40$	0.25	0.50	0.25
دون المتوسط	$\pi(\theta_4) = 0.25$	0.35	0.50	0.15
منخفضة الجودة	$\pi(\theta_5) = 0.05$	0.60	0.35	0.05

المطلوب:

١ - أوجد الاحتمالات المتلازمة (المشتركة) Joint probabilities لكل من الجودة الإنتاجية وإنتاجية محصول الشعير (θ_i, X) . ثم أوجد التوزيع الاحتمالي الهامشي لإنتاجية محصول الشعير $\Pr(X)$ ، وأكتب النتائج في الجدول التالي:

الاحتمالات المتلازمة (المشتركة) لإنتاجية محصول الشعير ومستوى الجدارة الإنتاجية المزرعية.

حالات الطبيعة	الاحتمالات المسبقة	إنتاجية محصول الشعير (كيلوجرام/الدونم)		
		$X_1 = 175$	$X_2 = 350$	$X_3 = 525$
θ_i	$\pi(\theta_i)$	الاحتمالات المتلازمة : $\Pr(X, \theta_i)$		
عالية الجدارة	$\pi(\theta_1) = 0.05$			
الجيدة	$\pi(\theta_2) = 0.25$			
متوسطة الجدارة	$\pi(\theta_3) = 0.40$			
دون المتوسطة	$\pi(\theta_4) = 0.25$			
منخفضة الجدارة	$\pi(\theta_5) = 0.05$			
التوزيع الاحتمالي الهامشي $\Pr(X)$				

٢ - إذا علمت أن منطقة الدراسة لهذا الباحث تميزت بأنها ذات إنتاجية متوسطة لمحصول الشعير أي أن $X=X_2 = 350 \text{ k.g/Dom.}$ فأوجد التقديرات الشخصية لاحتمالات حالات الطبيعة المنقحة (اللاحقة) Revised posterior probabilities والتي تحسب وفقاً لنظرية بيز حسب المعادلة:

$$\pi(\theta|X) = \Pr(X, \theta) / \Pr(X)$$

أكتب النتائج في الجدول التالي:

θ_i	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
Y_i	675	525	450	375	225
الاحتمالات المنقحة لحالات الطبيعة					
$\pi(\theta_i X=X_2)$					

٣ - إذا كانت إنتاجية محصول القمح Y_i المناظرة لكل حالة من حالات الطبيعة هي الموضحة بالجدول السابق بالكيلوجرام للدونم فأوجد متوسط وتباين هذه الإنتاجية للمزارع التي تتسم بانخفاض إنتاجية محصول الشعير أي أن $X=X_2 = 175 \text{ k.g/Dom.}$