جامعه الملك سعـــود
كليـــــه العلـــــــــوم
قسم الاحصاء وبحوث العمليات

الاختبار النهائي للفصل الدراسي الأول لعام 1427/28 هـ
مقرر 295 احص
الزمن:3 ساعات

أجب عن جميع الأسئله التاليه:

السؤال الأول: إذا كـان:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}\, dx = 1$$

أثبت أنـه باشتقـاق طـرفـي المعـادلـة السـابقـة :

(أ) **بالنسبه لـ** μ **فـإن** $E(X)=\mu$.

(ب) **بالنسبه لـ** σ **فـإن** $E(X-\mu)^2=\sigma^2$.

السؤال الثاني: (ا) **عرف المـؤثر الفرقـي (** Δ **) و مـؤثر الإزاحـة (** E **) ثم أثبت أن:**

$$\Delta\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{g(x).\Delta f(x)-f(x).\Delta g(x)}{g(x).Eg(x)}.$$

(ب) **أوجـد حـل المعــادلات التفاضليـة التاليـة :**

(i) $\left(x^2+y^2\right)dx+2\,x\,y\,dy=0.$

(ii) $2\dfrac{dy}{dx}-y=e^{\frac{x}{2}}.$

السؤال الثالث: (ا) **عـرف دالـة جـامـا و دالـة بيتــا، ثم اثبت أن:**

$(i)\ \displaystyle\int_0^1 \left(\log\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{2}} dx=\frac{\pi}{2}.$ $(ii)\ \beta(x,y)=2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin u)^{2x-1}\ (\cos u)^{2y-1}\ du.$

(ب) **مستخـدمـا صيغة تايلور من أجل دوال بعدة متغيرات أوجد مفكوك الدالة** $f(x,y)=x\,y^2+\cos x\,y$

حول النقطة $\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$ **وذلك حتي الحدود من الدرجة الثالثة.**

<u>السؤال الرابع:</u>

(ا) **اذكـر بدون برهـان نظريـة أولـر للدوال المتجانسـة ثم تحقـق منهـا في الـدوال التاليــة:**

(i) $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^2}\ \sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right).$

(ii) $f(x, y, z) = x^2\, y + x\, y^2 + 2\, x\, z\, .$

(ب) باستخدام اختبــار "كوشي التكاملي" ادرس تقارب السلسلـة التاليــة:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \ldots + \frac{1}{n^2 + 1} + \ldots$$

انتهت الأسئله مع تمنياتي بالنجـــــــاح ،،،