

خامسا : اختبار تجانس التباينات.

أحد الافتراضات الأساسية في هذا التحليل هو افتراض تساوي تباينات المجموعات، ومن ثم يمكن التأكد من تحقق هذا الافتراض بإجراء اختبار "بارتلت" الخاص بتجانس تباينات عدة مجتمعات، حيث يأخذ الفرض العدم، والبديل الصورة التالية.

$$H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2 \quad (12)$$

$$H_a : \text{at least Two of } \sigma_i^2 \text{ different}$$

والإحصاء المستخدم في الاختبار هو :

$$B = \frac{\lambda}{C} = \frac{(n. - k) \text{Log}_e(S_p^2) - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \text{Log}_e(S_i^2)}{\left(\frac{1}{3(k-1)} \left[\sum_{i=1}^k \frac{1}{(n_i - 1)} - \frac{1}{(n. - k)} \right] \right)} \quad (13)$$

والإحصاء B يتبع توزيع مربع كاي *Chi-square* بدرجات حرية $(n. - k)$ ، أي أن :

$$B \sim \chi^2_{(k-1)}$$

مثال (١)

يرغب أحد الباحثين في اختبار تساوي أثر ثلاث أنواع من العليقة (A_1, A_2, A_3) على زيادة وزن العجول النامية ، قام باختيار ثلاث عينات عشوائية من العجول ، ووزع الأنواع الثلاثة من العلائق على العينات الثلاث بطريقة عشوائية ، وبع تطبيق هذا البرنامج الغذائي قام بقياس الزيادة في الوزن بالكيلوجرام وكانت كالتالي:

A1	A2	A3
15	23	15
15	22	14
16	21	21
13	24	18
16	23	17
	20	19
	19	

والمطلوب:

- ١- صياغة نموذج تحليل التباين الذي يعبر عن هذه البيانات
- ٢- تحقق من افتراض تساوي التباينات.
- ٣- قم بإجراء تحليل المناسب.
- ٤- أنشأ فترة ثقة 95% للفرق بين كل وسطين.

الحل

١- صياغة النموذج :

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, 3$$

حيث أن y_{ij} هي مقدار الزيادة في الوزن للعجل رقم j الذي استلم العليقة رقم i ، μ متوسط عام للزيادة في الوزن، τ_i أثر العليقة رقم i ، $\tau_i = \mu_i - \mu$ ، ε_{ij} هو خطأ عشوائي للمشاهدة التي أخذت عن العجل رقم j

الذي استلم العليقة رقم i ، $i = 1, 2, 3$ ، $n_1 = 5$ ، $n_2 = 7$ ، $n_3 = 6$.

٢- التحقق من افتراض تساوي التباينات.

* عرض البيانات وحساب التباينات S_i^2 ، وكذلك التباين المشترك S_p^2

	A1	A2	A3	
1	15	23	17	
2	15	22	16	
3	16	21	21	
4	13	24	18	
5	16	23	17	
6		20	19	
7		21		
n_i	5	7	6	18
$y_{i\cdot}$	75	154	108	$y_{\cdot\cdot} = 337$
$y_{i\cdot}^2$	5625	23716	11664	$y_{\cdot\cdot}^2 = 113569$
$\sum_i \sum_j y_{ij}^2 = 6491$				
S_i^2	1.5	2	3.2	2.266667
$\ln(S_i^2)$	0.405465	0.693147	1.163151	0.81831

*حساب إحصائية الاختبار:

$$B = \frac{\lambda}{c}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= (n - k) \text{Log}_e(S_p^2) - \sum_{i=1}^k (n_i - 1) \text{Log}_e(S_i^2) \\ &= (15) \ln(2.266667) - \{4 \ln(1.5) + 6 \ln(2) + 5 \ln(3.2)\} \\ &= 12.27465 - (1.62186 + 4.158883 + 5.815754) = 0.678157\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c &= 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left\{ \sum_{i=1}^t \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{n - k} \right\} \\ &= 1 + \frac{1}{6} \left\{ \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} \right\} = 1.0917\end{aligned}$$

$$B = \frac{0.678157}{1.0917} = 0.62119$$

* صياغة الفروض:

$$H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma^2$$

$$H_a : \text{at least one of } \sigma_i^2 \neq \sigma^2$$

* إحصائية الاختبار:

$$B = 0.62119$$

* القيمة الجدولية

$$\chi^2_{(0.95, (3-1))} = \chi^2_{(0.95, 2)} = 5.99$$

* القرار: بما أن $B = .672 < \chi^2_{(0.95, 2)} = 5.99$ إذا يقبل لفرض العدم ، وأن تباينات المجتمعات

متجانسة.

ومن ثم يتم استكمال التحليل بإجراء اختبار الفروق بين المتوسطات، ونترك للطالب القيام بإجراء هذا الاختبار، حيث يتم الاستعانة ببعض النتائج الموجودة بالجدول.

$$SSB = 147.6111 \quad , \quad SSTO = 181.6111$$

تحليل التباين الثنائي

Tow Way ANOVA

حل تمرين (٣-٢) ص ٧١ (تحليل التباين الثنائي)

Treat(A)	أصناف التمور (B)					$y_{i\cdot}$	$y_{i\cdot}^2$
	غار	شبيبي	خلاص	رزيز			
a	79.61	79.93	75.48	83.22		318.24	101276.7
b	88.11	86.12	86.2	93.87		354.3	125528.5
c	88.08	97.62	89.48	88.93		364.11	132576.1
						1036.65	359381.3
$y_{\cdot j}$	255.8	263.67	251.16	266.02	1036.65		
$y_{\cdot j}^2$	65433.64	69521.87	63081.35	70766.64	268803.5		
$\sum_{i=1}^3 y_{ij}^2$	21859.2106	23335.12	21134.34	23645.69	89974.37		

$$\sum_{i=1}^3 y_i^2 = 359381.3 \quad \sum_{j=1}^4 y_{.j}^2 = 268803.5 \quad y^2_{..} = 1074643.223$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^4 y_{ij}^2 = 89974.37$$

$$a=3 \quad b=4$$

$$SSTo \quad 420.763425$$

$$SSA \quad 291.71805$$

$$SSB \quad 47.56309167$$

$$SSE \quad 81.48228333$$

S.O.V	df	SS	MS	F*
A	2	291.72	145.86	10.739
B	3	47.56	15.8533	1.167
Error	6	81.49	13.582	
Total	11	420.77		

والقيم الجدولية عند مستوى معنوية 5% هي:

$$F_{(2,6)}^{0.95} = 5.14 \quad , \quad F_{(3,6)}^{0.95} = 4.76$$

أولاً: لا يمكن قبول فرض تساوي متوسطات المعالجات ، بنما يقبل فرض تساوي متوسطات أصناف التمور.