

المتغيرات العشوائية والتوزيعات الاحتمالية

Random Variables and Probability Distributions

١/١ مقدمة

يهتم هذا الفصل بدراسة المتغيرات العشوائية، من حيث تعريفها، وأنواعها، والتوزيعات الاحتمالية لها، وخصائص هذه التوزيعات، والتوزيعات الاحتمالية للمتغيرات العشوائية الخاصة.

٢/١ المتغير العشوائي Random Variable:

المتغير العشوائي هو الذي يأخذ قيما حقيقية مختلفة تعبر عن نتائج فراغ العينة، ومن ثم مجال هذا المتغير، يشمل كل القيم الممكنة له، ويكون لكل قيمة من القيم التي يأخذها المتغير احتمال معين، وينقسم المتغير العشوائي إلى قسمين هما:

١ - المتغيرات العشوائية المنفصلة Discrete Random Variables

٢ - المتغيرات العشوائية المتصلة (المستمرة) Continuous Random Variables

٣/١ المتغيرات العشوائية المنفصلة

المتغير العشوائي المنفصل هو الذي يأخذ قيم بينية، ومتباعدة، ويرمز للمتغير العشوائي بشكل عام بحرف من الحروف الأبجدية الكبيرة X, Y, Z, \dots ويرمز للقيم التي يأخذها المتغير بالحروف الأبجدية الصغيرة، x, y, z, \dots ومن أمثلة هذه المتغيرات:

١ - عدد الأولاد الذكور في الأسرة المكونة من أربع أولاد $X, X: \{x=0, 1, 2, 3, 4\}$.

٢ - عدد العملاء الذين يتم إنهاء خدمتهم البنكية كل 10 دقائق $Y, Y: \{y=0, 1, 2, 3, \dots\}$.

٣ - عدد مرات استخدام نوع معين من الأسمدة خلال الدورة الزراعية.

٤ - عدد الوحدات التالفة من إنتاج مزرعة معينة تنتج 200 وحدة كل موسم.

٥ - عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر.

وهكذا..... الأمثلة كثيرة

١/٣/١ التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل

التوزيع الاحتمالي، هو الذي يبين احتمالات حدوث القيم التي يمكن أخذها المتغير، والتي ترتبط باحتمالات النتائج الممكنة في فراغ العينة، وبمعنى آخر هو التكراري النسبي للقيم التي يمكن أن يأخذها المتغير.

فإذا كان المتغير العشوائي المنفصل X يأخذ القيم، $X : \{x = x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ، وكان $P(X = x_i) = f(x_i)$ هو احتمال أن المتغير العشوائي يأخذ القيمة x_i ، فإنه، يمكن تكوين جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X ، وهو جدول مكون من عمودين، الأول به القيم الممكنة للمتغير $X : \{x = x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ، والثاني به القيم الاحتمالية لهذا المتغير $P(X = x_i) = f(x_i)$ ، أي أن:

جدول (١-٨)

جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل

x_i	$f(x_i)$
x_1	$f(x_1)$
x_2	$f(x_2)$
\vdots	\vdots
x_n	$f(x_n)$
Σ	1

وتسمى الدالة $f(x_i)$ بدالة الاحتمال، ومن خصائص هذه الدالة ما يلي:

$$\begin{array}{l} 1- 0 < f(x_i) < 1 \\ 2- \sum f(x_i) = 1 \end{array} \quad (1-1)$$

مثال (١-١)

إذا كان من المعلوم أن نسبة مبيعات أحد المراكز التجارية من التفاح الأمريكي 0.60، بينما يكون نسبة مبيعاته من الأنواع الأخرى للتفاح 0.40، اشترى أحد العملاء عبوتين، والمطلوب:

١- كون فراغ العينة.

٢- إذا عرف المتغير العشوائي X بأنه عدد العبوات المشتراة من التفاح الأمريكي، فأوجد الآتي:

- التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X .
- ارسم دالة الاحتمال لهذا المتغير.
- كون التوزيع الاحتمالي التجميعي.
- ما هو احتمال $P(X=1)$ ، $P(X \leq 1)$ ، $P(X=1.5)$ ، $P(X \leq 1.5)$
- حدد قيمة الوسيط، والمنوال لعدد العبوات المشتراة.

الحل:

تكوين فراغ العينة:

التجربة هنا هو شراء وحدتين من عبوات التفاح، ومن ثم فراغ العينة يتكون من أربع

نتائج، هي:

		عدد العبوات	
		X	$P(X=x)=f(x)$
0.60 0.40 أمريكي آخر	أمريكي	2	0.36
	آخر	1	0.24
	أمريكي	1	0.24
	آخر	0	0.16

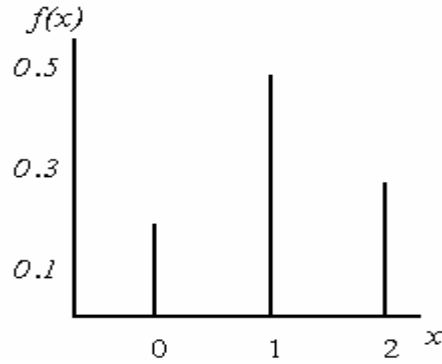
- التوزيع الاحتمالي لعدد العبوات المشتراة من التفاح الأمريكي X من المعلوم أن العميل اشترى عبوتين، وأن المتغير العشوائي هو عدد العبوات المشتراة من التفاح الأمريكي، لذا تكون القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي:
 - $x=0$ إذا كانت العبوتين من النوع الآخر، أي إذا كانت نتيجة التجربة (آخر، آخر)
 - $x=1$ إذا كان أحد العبوتين من النوع الأمريكي، أي إذا كانت نتيجة التجربة (آخر، أمريكي) أو (أمريكي، آخر)
 - $x=2$ إذا كان العبوتين من النوع الأمريكي، أي إذا كانت نتيجة التجربة (أمريكي، أمريكي)

ومن ثم يأخذ المتغير القيم: $X: \{x=0, 1, 2\}$ ، ويرتبط احتمالات هذه القيم باحتمالات نتائج التجربة المناظرة لها كما هو مبين أعلاه، ومن ثم يكون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو:

جدول التوزيع الاحتمالي لعدد العبوات المشتراة من التفاح الأمريكي

x_i	$f(x_i)$
0	0.16
1	0.48
2	0.36
Σ	1

• رسم دالة الاحتمال $f(x)$:



• تكوين التوزيع الاحتمالي التجميعي:

التوزيع التجميعي، هو جدول يشمل الاحتمالات الناتجة من حساب الاحتمال $P(X \leq x)$ ، ويرمز له بالرمز $F(x)$ ، أي أن دالة التوزيع الاحتمالي التجميعي تأخذ الصورة التالية:

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (1-2)$$

ومن ثم يمكن تكوين جدول التوزيع الاحتمالي التجميعي لعدد الوحدات المشتراة من التفاح الأمريكي كما يلي:

جدول التوزيع الاحتمالي، والتوزيع التجميعي لعدد العيوب المشترك من التفاح الأمريكي

x_i	$f(x_i)$	$F(x_i)$
0	0.16	$F(0) = P(X \leq 0) = 0.16$
1	0.48	$F(1) = P(X \leq 1) = 0.16 + 0.48 = 0.64$
2	0.36	$F(2) = P(X \leq 2) = 0.64 + 0.36 = 1.00$
Σ	1	

• حساب الاحتمالات:- $P(X \leq 1.5)$ ، $P(X = 1.5)$ ، $P(X \leq 1)$ ، $P(X = 1)$

$$P(X = 1) = f(1) = 0.48$$

$$P(X \leq 1) = F(1) = 0.64$$

$$P(X = 1.5) = f(1.5) = 0$$

$$P(X \leq 1.5) = F(1.5) = F(1) = 0.64$$

• تحديد قيمة الوسيط، والمنوال.

الوسيط:- رتبة الوسيط هو 0.50 ، إذا الوسيط M هو القيمة التي تحقق الاحتمال:

وهذا الاحتمال يقع بين القيمتين $(1, 0)$ كما هو مبين

بالرسم التالي:

	x_i	$F(x_i)$	
M	0	0.16	$F(M) = 0.50$
	1	0.64	
	2	1.00	

إذا الوسيط قيمته هي:

$$M = 0 + \frac{0.5 - 0.16}{0.64 - 0.16} \times (1 - 0) = 0.71$$

حساب المنوال:

المنوال $Mode =$ القيمة x_i المناظرة لأكبر قيمة احتمالية.

إذا المنوال هو: $Mode = 1$ حيث أنه يناظر أكبر قيمة احتمالية هي:

$$. f(1) = 0.48$$

٢/٣/١ الوسط الحسابي والتباين للمتغير العشوائي المنفصل

أ- يرمز للوسط الحسابي للمتغير العشوائي بالرمز μ (ميو)، ويحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\mu = \sum x_i f(x_i) \quad (1-3)$$

ب- وأما التباين ويرمز له بالرمز σ^2 (سيجما)، فيحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sum (x_i - \mu)^2 f(x_i) \\ &= \sum x_i^2 f(x_i) - \mu^2 \end{aligned} \quad (1-4)$$

مثال (٢-١)

في المثال السابق احسب ما يلي:

- الوسط الحسابي لعدد العبوات المشتراة من النوع الأمريكي:
- احسب الانحراف المعياري لعدد العبوات المشتراة من النوع الأمريكي.
- أوجد معامل الاختلاف النسبي:

الحل

أ- الوسط الحسابي لعدد العبوات من النوع الأمريكي:

لحساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري يتم استخدام المعادلة (٣-٨)، (٤-٨) وهذا

يتطلب تكوين جدول يشمل المجاميع التالية: $\sum x_i f(x_i)$ ، $\sum x_i^2 f(x_i)$ ، وذلك كما يلي:

x_i	$f(x_i)$	$x_i f(x_i)$	$x_i^2 f(x_i)$
0	0.16	0	0
1	0.48	0.48	0.48
2	0.36	0.72	1.44
Σ	1	1.20	1.92

إذا الوسط الحسابي هو: $\mu = \sum x_i f(x_i) = 1.20$

ب- ولحساب الانحراف المعياري يجب أولاً حساب التباين وهو:

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 f(x_i) - \mu^2 = 1.92 - (1.20)^2 = 0.48$$

إذا الانحراف المعياري قيمته هي:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.48} = 0.693$$

ت- معامل الاختلاف النسبي هو:

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{0.693}{1.2} \times 100 = 57.7$$

واجب منزلي:-

فيما يلي التوزيع الاحتمالي لعدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من أحد مساحيق

النظافة خلال الشهر X ، $X : \{x = 0,1,2,3,4,5\}$

x (عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة)	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.15	0.30	0.25	0.23	0.05	0.02

والمطلوب:

- حدد نوع هذا المتغير (عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة)
- احسب الوسط والوسيط والمنوال والانحراف المعياري لعدد الوحدات المستهلكة.
- كون جدول التوزيع التجميعي $F(x)$ ثم أوجد الآتي:
 - أ- نسبة الأسر التي يقل استهلاكها عن وحدتين
 - ب- نسبة الأسر التي يزيد استهلاكها عن 3 وحدات
 - ت- إذا كان لدينا 500 أسرة، فما هو عدد الأسر المتوقع أن يكون استهلاكها على الأقل 3 وحدات؟
- احسب معامل الالتواء، وكذلك معامل الاختلاف النسبي، وعلق على النتائج.

٤/١ التوزيعات الاحتمالية المنفصلة الخاصة

في كثير من النواحي التطبيقية، تتبع بعض الظواهر توزيعات احتمالية خاصة، وهي التوزيعات التي يمكن حساب احتمالات قيم المتغير عن طريق معادلة رياضية، تسمى بدالة الاحتمال $f(x)$ ، وهذه المعادلة لها معالم معينة، تسمى بمعالم المجتمع الذي ينسب له هذا التوزيع، وهذه المعالم ما هي إلا حقائق ثابتة مجهولة، وهي الأساس في حساب القيم الاحتمالية للتوزيع الاحتمالي للمجتمع محل الدراسة.

ومن أهم التوزيعات التي سيتم دراستها في هذا المقرر، توزيع ثنائي الحدين، والتوزيع البواسون.

١/٤/١ التوزيع ثنائي الحدين The Binomial Distribution

يستخدم هذا التوزيع في الحالات التي يكون للظاهرة محل الدراسة نتيجتان فقط متنافيتان، النتيجة محل الاهتمام وتسمى بحالة النجاح، والأخرى تسمى بحالة الفشل، ومن أمثلة ذلك:

- عند إعطاء مريض نوع معين من الأدوية، لها نتيجتان: (استجابة للدواء، أو عدم استجابة)
- عند فحص عبوة بداخلها نوع معين من الفاكهة، لها نتيجتان (الوحدة إما أن تكون

سليمة، أو تكون معيبة)

- عند إلقاء قطعة عملة، لها نتيجتان (ظهور الوجه الذي يحمل الصورة، أو الوجه الذي يحمل الكتابة)
- نتيجة الطالب في الاختبار (نجاح، رسوب)
- استخدام المزارع لبرنامج معين في الزراعة (يستخدم، أو لا يستخدم).

شكل التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين

إذا كررت محاولة n من المرات، بحيث أن كل محاولة لها نتيجتان فقط متنافيتان

هما:

- النتيجة محل الاهتمام " حالة نجاح " وتتم باحتمال ثابت في كل محاولة هو

p

- النتيجة الأخرى " حالة فشل " وتتم باحتمال ثابت أيضا هو $q = 1 - p$

وبافتراض أن هذه المحاولات مستقلة، بمعنى أن نتيجة كل محاولة ليس لها علاقة بنتيجة المحاولة الأخرى، وإذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن عدد حالات النجاح " عدد النتائج محل الاهتمام " في الـ n محاولة، فإن مدي المتغير العشوائي X والذي يعبر عن عدد حالات النجاح هو: $X : \{x = 0, 1, 2, \dots, n\}$ ، ومن ثم يحسب الاحتمال $P(X = x) = f(x)$ بتطبيق المعادلة التالية:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1-5)$$

حيث أن $\binom{n}{x}$ هي عدد طرق اختيار x من n مع إهمال الترتيب، وتحسب كما يلي:

$$\binom{n}{x} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-x+1)}{x(x-1)(x-2)\dots 3 \times 2 \times 1} \quad (1-6)$$

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35 = \binom{7}{4}$$

$$\binom{7}{0} = \binom{7}{7} = 1$$

مثال (٣-١)

إذا كان من المعلوم أن نسبة الشفاء من مرض معين باستخدام نوع معين من العقاقير الطبية هو 0.60، إذا تناول هذا العقار 5 مصابين بهذا المرض. إذا عرف المتغير العشوائي X بأنه عدد الذين المستجيبين (حالات الشفاء) لهذا العقار.
المطلوب:

- أ- ما هو نوع المتغير؟
- ب- اكتب شكل دالة الاحتمال $f(x)$ لهذا المتغير.
- ت- احسب الاحتمالات التالية:
 - ما احتمال استجابة 3 مرضى لهذا العقار؟
 - ما هو احتمال استجابة مريض واحد على الأقل؟
 - ما هو احتمال استجابة 2 مرضى على الأكثر؟
- ث- احسب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد حالات الاستجابة.
- ج- حدد شكل التوزيع.

الحل:

أ- عدد حالات الاستجابة X متغير كمي منفصل، ومدى هذا المتغير في هذه الحالة هو: $X : \{x = 0,1,2,3,4,5\}$

ب- شكل دالة الاحتمال: $n=5$ ، $p=0.60$ ، $q=1-p=0.40$ إذا:

$$f(x) = \binom{n}{x} (p)^x (q)^{n-x}$$

$$= \binom{5}{x} (0.6)^x (0.4)^{5-x}, \quad x = 0,1,2,3,4,5$$

ت- حساب الاحتمالات:

- حساب احتمال استجابة 3 مرضى لهذا الدواء: $P(x=3) = f(3)$

$$f(3) = \binom{5}{3}(0.6)^3(0.4)^{5-3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \times 0.216 \times 0.16 = 10 \times 0.03456 = 0.3456$$

• حساب احتمال استجابة مريض واحد على الأقل: $P(x \geq 1)$

$$P(x \geq 1) = f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 1 - f(0) = 1 - \left[\binom{5}{0}(0.6)^0(0.4)^5 \right] = 1 - 1 \times 1 \times 0.01024 = 0.98976$$

• حساب احتمال استجابة 2 مرضى على الأكثر: $P(x \leq 2)$

$$P(x \leq 2) = f(2) + f(1) + f(0)$$

$$\begin{aligned} &= \binom{5}{2}(0.6)^2(0.4)^3 + \binom{5}{1}(0.6)^1(0.4)^4 + \binom{5}{0}(0.6)^0(0.4)^5 \\ &= \frac{5 \times 4}{2 \times 1}(0.36)(0.064) + \frac{5}{1}(0.6)(0.0256) + 1(1)(0.01024) \\ &= 0.2304 + 0.0768 + 0.01024 = 0.31744 \end{aligned}$$

ث- حساب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد حالات الاستجابة:

- الوسط الحسابي (μ) في حالة التوزيع ثنائي الحدين يحسب بتطبيق المعادلة (1-3)، وباستخدام العمليات الرياضية يمكن الوصول إلى النتيجة التالية:

$$\boxed{\mu = \sum x f(x) = np} \quad (1-8)$$

إذا الوسط الحسابي هو:

$$\mu = np = 5(0.60) = 3$$

- الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين، ولحساب التباين في التوزيع ثنائي الحدين يتم تطبيق المعادلة (1-4)، ومنها يمكن التوصل إلى الصورة التالية:

$$\sigma^2 = npq \quad (1-8)$$

إذا تباين عدد حالات الاستجابة هو:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= npq \\ &= 5(0.60)(0.40) = 1.2 \end{aligned}$$

ومن ثم يأخذ الانحراف المعياري الصورة التالية:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{npq} \\ &= \sqrt{1.2} = 1.095 \end{aligned}$$

ويمكن حساب معامل الاختلاف النسبي، بتطبيق المعادلة التالية:

$$V.C = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{1.095}{3} \times 100 = 36.5\%$$

ج- تحديد شكل التوزيع:

يتحدد شكل التوزيع ثنائي الحدين وفقا لقيمة احتمال النجاح p كما يلي:

إذا كان $p = 0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون متماثل.

إذا كان $p < 0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون موجب الالتواء.

إذا كان $p > 0.5$ فإن التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدين يكون سالب الالتواء.

وحيث أن $p = 0.6 > 0.5$ فإن توزيع عدد حالات الاستجابة سالب الالتواء.

٢/٤/١ التوزيع البواسوني Poisson Distribution

يكثر استخدام هذا التوزيع في الحالات التي تقع فيها الأحداث وفقا لمعدلات زمنية،

وكذلك في حالة الأحداث نادرة الوقوع، ومن أمثلة ذلك:

- عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر. $X : \{x = 0,1,2,\dots\}$
- عدد مرات ري نوع معين من المحاصيل الزراعية خلال الموسم. $X : \{x = 0,1,2,\dots\}$
- عدد العملاء الذين يتم خدمتهم البنكية كل 10 دقائق. $X : \{x = 0,1,2,\dots\}$
- عدد مرات زيارة المريض للطبيب كل سنة. $X : \{x = 0,1,2,\dots\}$

- عدد مرات تناول الأسرة للحوم الحمراء خلال الأسبوع. $X : \{x = 0,1,2,\dots\}$
 - عدد أخطاء الطباعة لكل صفحة من صفحات الكتاب. $X : \{x = 0,1,2,\dots\}$
- وهكذا الأمثلة كثيرة

شكل التوزيع الاحتمالي البواسوني

إذا كان متوسط عدد مرات وقوع حادث وفقا لمعدل زمني معين هو μ ، وكان المتغير العشوائي X يعبر عن عدد مرات وقوع الحادث وفقا لهذا المعدل، فإن مدي المتغير العشوائي X هو: $X : \{x = 0,1,2,\dots\}$ ، وهذا المدى عبارة عن فئة مفتوحة من اليمين، فإن الاحتمال $P(X = x) = f(x)$ والذي يعبر عن احتمال وقوع الحادث عدد x من المرات وفقا لهذا المعدل، يحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$f(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!} , x = 0,1,2,\dots \quad (1-9)$$

حيث أن e هي أساس اللوغاريتم الطبيعي، وتوجد في بعض الآلات الحاسبة، وقيمتها هي: $e = 2.718$ تقريبا، ويمكن حساب قيمتها باستخدام الآلة الحاسبة باتباع الخطوات التالية من الشمال إلى اليمين:

مثلا إيجاد $e^{-1.5}$

$$\text{SHIFT} \text{e}^x \text{(-)} 1.5 \text{= } 0.22323016 \text{— النتيجة}$$

وأما $x!$ فتسمى "مضروب العدد x " ويساوي: $x! = x(x-1)(x-2)\dots 3 \times 2 \times 1$

مثال (١-٤)

إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 وحدات شهريا، إذا عرف المتغير العشوائي X بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة.

المطلوب:

- أ- ما هو نوع المتغير العشوائي؟
 ب- اكتب شكل دالة الاحتمال $f(x)$ لهذا المتغير.
 ج- احسب الاحتمالات التالية:
 • احتمال أن الأسرة تستهلك وحدتين خلال الشهر؟
 • احتمال أن أسرة ما تستهلك وحدة واحدة على الأقل خلال الشهر؟
 • احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر؟
 خ- احسب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد الوحدات المستهلكة.
 د- حدد شكل التوزيع.

الحل:

- أ- عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة X متغير كمي منفصل ، ومدى هذا المتغير في هذه الحالة هو: $X : \{x = 0,1,2,3,\dots\}$
 ب- شكل دالة الاحتمال:
 بما أن متوسط عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر هو: $\mu = 3$ ،
 إذا دالة الاحتمال هي:

$$f(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}$$

$$= \frac{e^{-3} 3^x}{x!} , x = 0,1,2,\dots$$

ج- حساب الاحتمالات:

- حساب احتمال أن أسرة ما تستهلك وحدتين خلال الشهر، $f(2)$

$$f(2) = \frac{e^{-3} 3^2}{2!} = \frac{0.0498(9)}{2 \times 1} = 0.22404$$

- احتمال أن أسرة ما تستهلك وحدة واحدة على الأقل خلال الشهر هو:

$$P(X \geq 1) = f(1) + f(2) + \dots$$

$$= 1 - f(0) = 1 - \frac{e^{-3}3^0}{0!} = \frac{0.0498}{1} = 1 - 0.0498 = 0.9502$$

• احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر هو:

$$P(X \leq 3) = f(3) + f(2) + f(1) + f(0)$$

$$= \frac{e^{-3}3^3}{3!} + \frac{e^{-3}3^2}{2!} + \frac{e^{-3}3^1}{1!} + \frac{e^{-3}3^0}{0!} \frac{0.0498}{1}$$

$$= 0.0498 \left(\frac{27}{6} + \frac{9}{2} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1} \right) = 0.0498(13) = 0.6474$$

خ- حساب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد حالات الاستجابة:

• الوسط الحسابي (μ) في حالة التوزيع البواسون هو معلومة معطاة هي:

$$\mu = 3$$

في هذا التوزيع، فإن التباين يساوي الوسط الحسابي:

$$\sigma^2 = \mu = 3 \quad \text{أي أن:}$$

ومن ثم يكون الانحراف المعياري هو:

$$\sigma = \sqrt{\mu} = \sqrt{3} = 1.732$$

ويمكن حساب معامل الاختلاف النسبي، بتطبيق المعادلة التي سبق استخدامها

في الفصل السابق، وهو:

$$V.C = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{1.732}{3} \times 100 = 57.7\%$$

د- تحديد شكل التوزيع:

دائما التوزيع البواسون موجب الالتواء.

