

السؤال الخامس

لكن $y(x,t)$ دالة تحقق $y \in C^2(\mathbb{R}^2)$ و

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

حيث c ثابت غير صفري.

نضع $y(x,t) = f(u,v)$ بحيث $\begin{cases} u = x+ct \\ v = x-ct \end{cases}$

(1) أثبت أن $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}$

(2) احسب كما في (1) $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

(3) أثبت أن $\frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v} = 0$

(4) استنتج أن $y(x,t) = \varphi(x+ct) + \psi(x-ct)$

حيث φ و ψ دالتان في $C^2(\mathbb{R})$.

السؤال السادس

كذا كانت $f(x) = e^{\|x\|^2}$, $x \in \mathbb{R}^n$

احسب $D^2 f(a)(h,b)$ لكل a, h, b في \mathbb{R}^n