

الاختبار الأول

١) أثبت أنه إذا كانت A و B مجموعتين في \mathbb{R}^n فإن

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

٢) أثبت أن المجموعة

$$O = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 - y^2 + 3z^2 > 0 \text{ و } xz + y^3 - xy < 0 \right\}$$

مجموعة مفتوحة في \mathbb{R}^3

٣) أثبت أن المجموعة

$$F = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, 9x^2 - 18x + 4y^2 + 8y \leq 23 \right\}$$

مغلقة في \mathbb{R}^2 . هل هي مترابطة؟

٤) إذا كانت $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ خطية

$$\|Tx\| \leq K \|x\| \text{ لكل } x \text{ حيث}$$

K ثابت واستنتج أن المجموعة $N = \{x \in \mathbb{R}^n, Tx = 0\}$ مغلقة.

٥) إذا كانت $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ خطية أثبت

أن $Df(x) = f$ لكل x في \mathbb{R}^n .