

③

⑨ لتكن $z = z(x, y)$ دالة في $C^2(\mathbb{R}^2)$ و $z: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

ضع $u = x - y$ و $v = 3x + y$ بحيث $z(x, y) = f(u, v)$

أثبت أن

$$2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} - 6 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial z}{\partial x} = 3 \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u} + \frac{\partial f}{\partial u} + 3 \frac{\partial f}{\partial v}$$

⑩ لتكن $A: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ خطية مع ${}^t A = A$ و $b \in \mathbb{R}^n$

و c ثابتا. ضع $f(x) = \langle Ax, x \rangle + \langle b, x \rangle + c$

أثبت أن $Df(x)h = \langle 2Ax, h \rangle + \langle b, h \rangle$

$$D^2 f(x)(h, h) = \langle 2Ah, h \rangle$$

استنتج أن $D^3 f(x) = 0$ لكل x في \mathbb{R}^n .