جامعة الملك سعود كلية العلوم – قسم الرياضيات	١٠٣ ريض رياضيات عامة (١)	الامتحان النهائي للفصل الدراسي الأول ١٤٢٩/١٤٣٠ هـ

اسم الطالب :	الرقم الجامعي :
رقم الشعبة :	اسم مدرس المقرر :

الجزء الأول : ضع رمز الإجابة الصحيحة للأسئلة من (١–٢٠) في الجدول التالي : (درجة ونصف لكل سؤال)

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الجواب	ج	ب	أ	ب	د	أ	ج	د	أ	ب	د	ج	أ	ب	د	ج	ب	أ	ج	د

(١) مجموعة حل المتباينة $|2x+1| \le 3$ هي

(أ) $(-1,2)$ (ب) $[-1,2]$ (ج) $[-2,1]$ (د) $(-2,1)$

---

(٢) مجموعة حل المتباينة $\dfrac{x^2-4}{x-1} \ge 0$ هي

(أ) $(-\infty,-2]\cup(1,2]$ (ب) $[-2,1)\cup[2,\infty)$ (ج) $[-2,1]\cup[2,\infty)$ (د) $(-\infty,-2]\cup[1,2]$

---

(٣) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2-5x+4}$ هو

(أ) $\mathbb{R}-\{1,4\}$ (ب) $\mathbb{R}-\{0\}$ (ج) $\mathbb{R}$ (د) $\mathbb{R}-\{-1,-4\}$

---

(٤) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-3}$ هو

(أ) $[-2,\infty)$ (ب) $[-2,\infty)-\{3\}$ (ج) $\mathbb{R}-\{3\}$ (د) $[0,\infty)$

---

(٥) إذا كانت $f(x)=\sqrt{x+1}$ و $g(x)=3x-1$ فإن $(g\circ f)(3)$ تساوي

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 8 (د) 5

---

(٦) الدالة العكسية $f^{-1}(x)$ للدالة $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-4}$ هي

(أ) $\dfrac{4x+1}{x-2}$ (ب) $\dfrac{-2x-1}{-x+4}$ (ج) $\dfrac{x-2}{4x+1}$ (د) $\dfrac{x-4}{2x+1}$

---

(٧) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-5x}$ ، تساوي :

(أ) $\dfrac{4}{5}$ (ب) $\dfrac{3}{5}$ (ج) $\dfrac{6}{5}$ (د) $\dfrac{2}{5}$

(٨) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$ ، تساوي

(أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{9}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{6}$

---

(٩) $\lim_{x\to -\infty}\frac{x^3+x^2-1}{2x^3-x+5}$ ، تساوي :

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $-\infty$ (ج) 0 (د) ∞

---

(١٠) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x+\tan 3x}{2x}$ ، تساوي :

(أ) 1 (ب) 4 (ج) $\frac{5}{2}$ (د) $\frac{3}{2}$

---

(١١) قيمتا K و L اللتان تجعلان الدالة $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+K} & ;x>3\\ 4 & ;x=3\\ x+L & ;x<3\end{cases}$ متصلة عند $x=3$ هما

(أ) $K=7, L=-1$ (ب) $K=-5, L=-1$ (ج) $K=-5, L=1$ (د) $K=7, L=1$

---

(١٢) ميل المماس لمنحنى للدالة $f(x)=x^2+5x$ عند $x=1$ هو

(أ) 2 (ب) 5 (ج) 7 (د) 6

---

(١٣) إذا كانت $f(x)=\frac{x+2}{x+3}$ فإن $f'(0)$ تساوي

(أ) $\frac{1}{9}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $-\frac{1}{9}$ (د) $-\frac{1}{3}$

---

(١٤) مشتقة الدالة $f(x)=x^2\sin x$ تساوي

(أ) $2x\sin x-x^2\cos x$ (ب) $2x\sin x+x^2\cos x$ (ج) $-2x\cos x$ (د) $2x\cos x$

---

(١٥) مشتقة الدالة $f(x)=\tan^{-1}(3x)$ تساوي

(أ) $\frac{1}{1+x^2}$ (ب) $\frac{1}{1+9x^2}$ (ج) $\frac{3}{1+x^2}$ (د) $\frac{3}{1+9x^2}$

---

(١٦) إذا كانت $3x^2+xy+y^3=5$ فإن قيمة y' عندما $x=1$ و $y=1$ تساوي

(أ) $\frac{7}{4}$ (ب) $-\frac{1}{2}$ (ج) $-\frac{7}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

(١٧) إذا كانت $f(x)=2x^3-6x$ فإن مجموعة النقاط الحرجة للدالة $f(x)$ هي

أ) $\{0,1\}$ ب) $\{-1,1\}$ ج) $\{0\}$ د) $\{1\}$

---

(١٨) القيمة العظمى المطلقة للدالة $f(x)=4-x^2$ على الفترة $[-2,1]$ تساوي

أ) 4 ب) 1 ج) 3 د) 0

---

(١٩) قيمة التكامل $\int_0^1 (3x^2+6x)\,dx$ تساوي

أ) 2 ب) 5 ج) 4 د) 9

---

(٢٠) حل التكامل $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x}\,dx$ يساوي

أ) $3\ln|x^3+3x|+c$ ب) $\frac{1}{3}\ln|x^2+1|+c$ ج) $\ln|x^3+3x|+c$ د) $\frac{1}{3}\ln|x^3+3x|+c$

الجزء الثاني : أجب على الأسئلة التالية في نفس الورقة (استخدم ظهر الورقة لاستكمال الإجابة)

(٢١) أوجد مشتقة الدوال التالية : (٦ درجات)

أ) $f(x)=\sqrt{5x^2+2x-1}+(x^4+2x^2+4)^8$

$$f'(x)=\frac{10x+2}{2\sqrt{5x^2+2x-1}}+8(x^4+2x^2+4)^7(4x^3+4x)$$

ب) $f(x)=\sec 2x+\sin^{-1}(4x)$

$$f'(x)=2\sec 2x\,.\tan 2x+\frac{4}{\sqrt{1-16x^2}}$$

ج) $f(x)=\ln|3x^3+2x^2+x|+e^{7x}$

$$f'(x)=\frac{9x^2+4x+1}{3x^3+2x^2+x}+7e^{7x}$$

(٢٢) أحسب التكاملات التالية : (٤ درجات)

(أ) $\int (x^2+8)^6 x\, dx$

ضع

$u = x^2+8$

$du = 2x\, dx$

$\frac{1}{2} du = x\, dx$

$\int (x^2+8)^6 x\, dx = \int u^6 \frac{1}{2} du$

$= \frac{1}{2} \int u^6 du$

$= \frac{1}{2} \frac{u^7}{7} + c$

$= \frac{1}{2} \frac{(x^2+8)^7}{7} + c$

(ب) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x\, dx$

ضع

$u = 2x$

$du = 2\, dx$

$\frac{1}{2} du = dx$

$x = 0 \Rightarrow u = 0$

$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = \frac{\pi}{2}$

$\int_0^{\pi/4} \cos 2x\, dx = \int_0^{\pi/2} \cos u \frac{1}{2} du$

$= \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \cos u\, du = \frac{1}{2} [\sin u]_0^{\pi/2}$

$= \frac{1}{2} [\sin(\pi/2) - \sin(0)]$

$= \frac{1}{2} (1-0) = \frac{1}{2}$.

(٢٣) أوجد فترات التزايد والتناقص ، القيم القصوى المحلية ، فترات التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب (الانعطاف) للدالة $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ ثم ارسم منحناها. (١٠ درجات)

- اختبار المشتقة الأولى :

$f'(x) = 6x^2 - 6x$

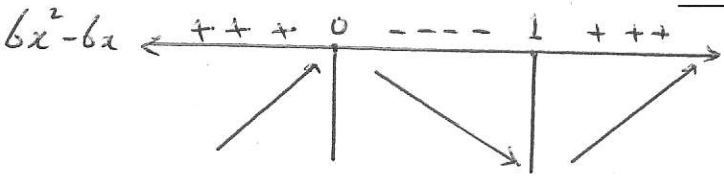
- إيجاد النقاط الحرجة :

عندما $f'(c) = 0$

$6c^2 - 6c = 0$

$6c(c-1) = 0$

$c = 1$ و $c = 0$



فترات التزايد : $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

التناقص : $(0,1)$

$f(0) = 2(0)^3 - 3(0)^2 = 0 - 0 = 0$

(0,0) عظمى محلية للدالة

$f(1) = 2(1)^3 - 3(1)^2 = 2 - 3 = -1$

(1,-1) صغرى محلية للدالة

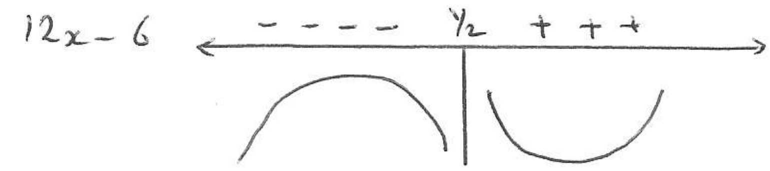
- اختبار المشتقة الثانية:

$$f''(x) = 12x - 6$$

عندما $f''(c) = 0$

$$12c - 6 = 0$$

$$c = \frac{1}{2}$$



فترة التقعر: $(\frac{1}{2}, \infty)$ ، فترة التحدب: $(-\infty, \frac{1}{2})$

$$f(\tfrac{1}{2}) = 2(\tfrac{1}{2})^3 - 3(\tfrac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

$\therefore$ $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ نقطة انقلاب للدالة.

- النقاط المساعدة:

$$f(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 = -2 - 3 = -5$$

$$f(2) = 2(2)^3 - 3(2)^2 = 16 - 12 = 4$$