

اجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول

(1) إذا كانت X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من التوزيع $f(x) = \frac{\beta}{x^{\beta+1}}, 1 \leq x < \infty, \beta > 0$,

(أ) بين أن $f(x)$ تنتمي للعائلة الآسية بمعلمة واحدة.

(ب) استخدم الفقرة (أ) في ايجاد المنطقة الحرجة بحجم α لاختبار الأقوى بانتظام للفرضيات

$$H_0 : \beta = \beta_0 \quad VS \quad H_1 : \beta < \beta_0,$$

(ت) هل تستطيع رفض $H_0 : \beta_0 = \frac{1}{4}$ بمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ باستخدام العينة العشوائية

التالية:

21, 24, 23, 37, 20, 38, 36, 25, 22, 32

السؤال الثاني

إذا كانت X_1, \dots, X_{10} عينة عشوائية من المجتمع الطبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ ، حيث σ مجهولة. اوجد اختبار نسبة الامكان بحجم $\alpha = 0.01$ للفرضيات

$$H_0 : \mu = 0 \quad VS \quad H_1 : \mu \neq 0.$$

السؤال الثالث

إذا كان X متغير عشوائي له دالة الكثافة الاحتمالية

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x \geq 0, \quad \theta > 0.$$

(أ) اوجد الاختبار الاحتمالي التتابعي ذو المقدره $(\alpha, \beta) = (0.01, 0.1)$ للاختبار الفرضيات

$$H_0 : \theta = 2 \quad VS \quad H_1 : \theta = 1$$

(ب) استخدم المشاهدات $X_1 = 5.3, X_2 = 3.5, X_3 = 2.9, X_4 = 4.1$ في الفقرة (ا) مبينا

اصغر حجم عينة ممكن يساعدنا في اتخاذ قرار حول H_0 .