

اجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول

بفرض أن X_1, X_2 عينة عشوائية حجمها 2 مسحوبة من التوزيع

$$f(x; \theta) = \frac{x^2}{2\theta^3} e^{-x/\theta}, \quad x > 0, \quad \theta > 0,$$

وإذا كان الاختبار $H_0: \theta = 2$ VS $H_1: \theta = 1$ معرف علي المنطقة الحرجة

$$\{X_1, X_2: X_1 < 2, X_2 < 2\}$$

اوجد احتمال الخطأ من النوع الأول، واحتمال الخطأ من النوع الثاني.

السؤال الثاني

إذا كانت X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من توزيع بواسون بالمعلمة μ ،

(أ) اوجد أفضل منطقة حرجة بحجم 0.05 للفرضيات

$$H_0: \mu = \mu_0 \quad VS \quad H_1: \mu > \mu_0$$

(ب) هل تستطيع رفض $H_0: \mu = 3$ باستخدام عينة متوسطها 6 وحجمها 3؟

السؤال الثالث

فرض أن X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من توزيع ذي الحدين

$$f(x) = \binom{M}{x} p^x (1-p)^{M-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, M.$$

وان المنطقة الحرجة لاختبار $H_0: p = \frac{1}{2}$ VS $H_1: p > \frac{1}{2}$ هي

$$\{X_1, \dots, X_n: X_i \geq C, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M\}$$

اوجد قيمة C, M باستخدام دالة القوة للاختبار التقاربي المعرفة كالتالي:

$$\pi(0.5) = 0.1, \quad \pi(2/3) = 0.95$$