

اجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول

نفرض أن X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من توزيع ذي الحدين

$$f(x) = \binom{m}{x} p^x (1-p)^{m-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, m.$$

$$H_0: p = \frac{1}{2} \quad VS \quad H_1: p > \frac{1}{2}$$

هي $\{X_1, \dots, X_n : X_i \geq c, i = 1, 2, 3, \dots, m\}$ ، اوجد قيمة m, c باستخدام القيم التقريبية

$$\pi(0.5) = 0.1, \quad \pi(2/3) = 0.95$$

السؤال الثاني

نفرض أن X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من التوزيع الاحتمالي

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta^2} x \exp\left[-\frac{x}{\theta}\right], \quad x \geq 0.$$

(أ) اثبت أن $f(x; \theta)$ لها نسبة إيمان رتيبة.

(ب) اوجد اختبار نسبة الإيمان الرتيبة بحجم α للفرضيات

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad VS \quad H_1: \theta > \theta_0.$$

السؤال الثالث

إذا كانت X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من المجتمع الطبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ ، حيث σ مجهولة و

$n > 30$. اوجد اختبار نسبة الإيمان بحجم $\alpha = 0.05$ للفرضيات

$$H_0: \mu = 1 \quad VS \quad H_1: \mu \neq 1.$$

السؤال الرابع

إذا كان X متغير عشوائي له دالة الكثافة الاحتمالية $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}$ ، $x \geq 0$

(أ) اوجد الاختبار الاحتمالي التتابعي ذو المقدر $(\alpha, \beta) = (0.05, 0.1)$ لاختبار الفرضيات

$$H_0: \theta = 1 \quad VS \quad H_1: \theta = 2,$$

(ب) استخدم المشاهدات $X_1 = 4.3, X_2 = 3.5, X_3 = 2.9, X_4 = 4.1$ في الاختبار السابق مبينا

اصغر حجم عينة ممكن يساعدنا في اتخاذ قرار حول H_0 .

السؤال الخامس

نفرض أن $X \sim N(\theta, 1)$ ، والتوزيع القبلي للمعلمة هو $\theta \sim N(1, 1)$. اوجد اختبار بايز للفرضيات

$$H_0: \theta \leq 10 \quad VS \quad H_1: \theta > 10$$

، ومجموعها 100 .