

اجب عن الأسئلة الآتية:

1- نفرض أن X_1, X_2, X_3 عينة عشوائية من التوزيع الآسي

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right), \quad x \geq 0, \quad \theta > 0,$$

وان المنطقة الحرجة لاختبار $H_0: \theta = 3$ VS $H_1: \theta = \frac{1}{6}$

$$\left\{ (X_1, X_2, X_3) : \frac{f(x_1, 2)f(x_2, 2)f(x_3, 2)}{f(x_1, 1)f(x_2, 1)f(x_3, 1)} \leq \frac{1}{7} \right\}, \quad \text{هي}$$

احسب مستوى المعنوية وقوة الاختبار.

2- اذا كانت X_1, \dots, X_{36} عينة عشوائية حجمها 36 من توزيع برنولي

$$f(x) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}, \quad x = 0, 1, \quad \theta > 0.$$

(أ) اوجد أفضل منطقة حرجة بحجم α لاختبار $H_0: \theta = \theta_0$ VS $H_1: \theta > \theta_0$

(ب) استخدم نظرية النهاية المركزية لتحديد المنطقة الحرجة في الفقرة (أ) بمستوى معنوية 0.01

(ت) في عينة عشوائية حجمها 36 من توزيع برنولي وجد أن $\bar{X} = 0.361$ ، هل لديك دليل بمستوى 0.025 معنوية لرفض $H_0: \theta = 0.3$ مقابل $H_1: \theta > 0.3$.

3- إذا كان x_1, \dots, x_n عينة عشوائية من التوزيع الاحتمالي

$$f(x; \theta) = \frac{\theta}{X^{\theta+1}}, \quad x > 1, \quad \theta > 0,$$

اوجد اختبار افضل منطقة حرجة بحجم 0.025 لإختبار $H_0: \theta = \theta_0$ VS $H_1: \theta < \theta_0$

(أ) باستخدام تمهيدية نيومان بيرسون

(ب) هل نستطيع رفض $H_0: \theta = 0.5$ عندما $\prod_{j=1}^{10} x_j = \exp(32.96)$