

اجب عن الاسئلة التالية:

السؤال الاول:

إذا كانت X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من التوزيع الطبيعي $N(\theta, 1)$. وكان هناك اختباران I, II للفرضيات $H_0: \theta = 0$ vs $H_1: \theta = 1$ بحيث ان

$$C_1 = \{X_1, \dots, X_4 : 2\bar{X} > 2.58\}$$
 المنطقة الحرجة للاختبار I هي

$$C_2 = \{X_1, \dots, X_4 : \frac{1}{\sqrt{30}} \sum_{k=1}^4 kX_k > 2.58\}$$
 المنطقة الحرجة للاختبار II هي

(أ) احسب الخطأ من النوع الاول والخطأ من النوع الثاني لكل من I, II
(ب) ايهما افضل I ام II؟ ولماذا؟

السؤال الثاني:

إذا كان X متغير عشوائي يتبع توزيع برنولي الاحتمالي بمتوسط p
(أ) اوجد اختبار النسبة الاحتمالي التتابعي بالمقدرة $(\alpha, \beta) = (0.025, 0.1)$ للفرضيات

$$H_0: p = 1/4 \text{ vs } H_1: p = 1/2$$

(ب) هل نستطيع عمل قرار حول H_0 بالفقرة (أ) باستخدام العينة التالية: 1, 1, 1, 0

السؤال الثالث:

نفرض ان X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من التوزيع الطبيعي $N(\theta, 1)$ وان التوزيع القبلي للمعلمة θ هو $N(0, 1)$. اوجد اختبار بيز للفرضيات

$$H_0: \theta \geq \theta_0 \text{ vs } H_1: \theta < \theta_0$$

السؤال الرابع:

نفرض ان X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من التوزيع الاسي

$$f(x) = \theta \exp(-\theta x), \quad x \geq 0, \quad \theta > 0,$$

(أ) اوجد اختبار نسبة الامكان بحجم α للفرضيات $H_0: \theta \leq \theta_0$ vs $H_1: \theta > \theta_0$

(ب) لعينة حجمها 10 ومتوسطها 5 هل نستطيع رفض $H_0: \theta \leq 1$ في الفقرة (أ) عندما $\alpha = 0.01$

السؤال الخامس:

نفرض ان X_1, \dots, X_n عينة عشوائية من توزيع بواسون $f(x; \lambda)$ ونرغب في اختبار الفرضيات

$$H_0: \lambda \leq \lambda_0 \text{ vs } H_1: \lambda > \lambda_0$$

بمستوى معنوية α .

(أ) بين ان دالة $f(x; \lambda)$ لها نسبة امكان رتيبة، ثم استخدم ذلك لايجاد المنطقة الحرجة للاختبار.

(ب) بين ان دالة $f(x; \lambda)$ تنتمي للعائلة الاسية، ثم استخدم ذلك لايجاد المنطقة الحرجة للاختبار.

(ت) قارن بين الاختباران في (أ) و (ب).