

**اجب عن الأسئلة الآتية:**

١- نفرض أن  $X_1, X_2$  عينة عشوائية حجمها ٢ من التوزيع الآسي

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right), \quad x > 0, \quad \theta > 0,$$

وان المنطقة الحرجة لاختبار  $H_0: \theta = 2$  VS  $H_1: \theta = 1$

هي  $\left\{ (X_1, X_2) : \frac{f(x_1, 2)f(x_2, 2)}{f(x_1, 1)f(x_2, 1)} \leq \frac{1}{2} \right\}$  . احسب مستوى المعنوية وقوة الاختبار.

٢- اذا كانت  $X_1, \dots, X_n$  عينة عشوائية حجمها  $n$  من توزيع برنولي

$$f(x) = \theta^x (1-\theta)^{1-x}, \quad x = 0, 1, \quad \theta > 0.$$

(أ) بين أن أفضل منطقة حرجة بحجم  $\alpha$  لاختبار  $H_0: \theta = \theta_0$  VS  $H_1: \theta < \theta_0$

هي  $\{(X_1, \dots, X_n) : \sum_{i=1}^n X_i \leq c\}$  ، حيث  $c$  مقدار ثابت.

(ب) في عينة عشوائية حجمها 36 من توزيع برنولي وجد أن  $\bar{X} = 0.361$  ، هل لديك دليل بمستوى 0.01 معنوية لرفض  $H_0: \theta = 0.3$  مقابل  $H_1: \theta < 0.3$  .

٣- نفرض أن  $X \sim N(\theta, 1)$  ، والتوزيع القبلي للمعلمة هو  $\theta \sim N(0, 2.19)$  . عند استخدام

المشاهدة  $x = 6$  في اختبار بيز للفرضيات  $H_0: \theta \geq 11$  VS  $H_1: \theta < 11$  .

هل نستطيع رفض  $H_0$  ؟

٤- إذا كان  $X$  متغير عشوائي يتبع التوزيع  $f(x; \theta) = \frac{\theta}{X^{\theta+1}}$  ،  $x > 1$  ،  $\theta > 0$  ،

(أ) اوجد اختبار النسبة التتابعي ذو المقدره  $(\alpha, \beta)$  للفرضيات

$$H_0: \theta = \theta_0 \quad VS \quad H_1: \theta = \theta_1.$$

(ب) هل نستطيع رفض  $H_0: \theta = 10$  VS  $H_1: \theta = 5$  . عندما

$$(\alpha, \beta) = (0.01, 0.1) \text{ باستخدام العينة } 2, 1, 7, 3$$

٥- إذا كانت  $X_1, \dots, X_n$  عينة عشوائية بحجم  $n$  من المجتمع الطبيعي  $N(\mu, \sigma^2)$  ، حيث

$\mu$  مجهولة ،  $\sigma$  معلومة. اوجد اختبار نسبة الإمكان بحجم  $\alpha = 0.01$  للفرضيات

$$H_0: \mu = 0 \quad VS \quad H_1: \mu \neq 0.$$