# بسم الله الرحمن الرحيم

قسم الإحصاء وبحوث العمليات
إختبار الفصل الأول 1421هـ/1422هـ
لمادة 241 بحث ( طرق المحاكاة 1 )
**<u>الزمن 3 ساعات</u>**

**<u>أجب على جميع الأسئلة التالية:</u>**

**<u>السؤال الأول:</u>**

أ) بين فيم إذا كان أي من طرق التطابق الخطية Linear Congruential Method التالية له دورة كاملة:

$$a)\ X_i = \left(13X_{i-1} + 13\right)\left(\bmod 16\right)$$

$$b)\ X_i = \left(12X_{i-1} + 13\right)\left(\bmod 16\right)$$

$$c)\ X_i = \left(13X_{i-1} + 12\right)\left(\bmod 16\right)$$

ب)للأعداد العشوائية التالية:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.488 | 0.226 | 0.221 | 0.043 | 0.055 | 0.743 | 0.081 | 0.685 | 0.364 | 0.012 |
| 0.372 | 0.543 | 0.483 | 0.050 | 0.628 | 0.966 | 0.750 | 0.697 | 0.764 | 0.040 |
| 0.404 | 0.549 | 0.203 | 0.990 | 0.155 | 0.079 | 0.789 | 0.462 | 0.795 | 0.190 |

مستخدما إختبار مربع كاي أختبر الفرضية التالية:

$$H_0: \quad R_i \sim U\left[0,1\right]$$

$$H_1: \quad R_i \nsim U\left[0,1\right]$$

**<u>السؤال الثاني:</u>**

ا) مستخدما طريقة التحويل العكسي Inverse Transform Method و الأعداد العشوائية في فقرة (ب) من السؤال الأول ولد خمسة قيم لمتغير عشوائي له توزيع اسي Exponential Distribution بدالة توزيع تراكمية:

$$F\left(x\right) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

ب) البيانات التالية لعدد مرات إعطال آلة حفر بئر بترول في اليوم الواحد بأحد المواقع لمدة 50 يوما

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | | | | | | | | | | |

أوجد توزيع إحصائي معلمي لهذه البيانات وقدر معالم التوزيع المقترح، أوجد التوزيع التجريبي Empirical Distribution للبيانات أيضا.

ج) مستخدما نتائج الفقرة (ب) السابقة حاكى يدويا آلة الحفر لمدة عشرة أيام.

# بسم الله الرحمن الرحيم

قسم الإحصاء وبحوث العمليات

كلية العلوم

جامعة الملك سعود

الإختبار النهائي للفصل الأول 1423/1422 هـ

لمادة 241 بحث ( طرق المحاكاة 1 )

**<u>أجب على جميع الأسئلة التالية:</u>**

**<u>السؤال الأول:</u>**

سجلت البيانات التالية لزمن الخدمة في أحد طوابير نظام لعدد 50 زبونا

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 8 | 8 | 6 | 7 | 9 | 8 | 9 | 6 | 9 | 7 | 9 | 9 | 5 | 8 |
| 6 | 7 | 7 | 7 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 6 | 8 | 6 |
| 5 | 6 | 5 | 9 | 9 | 5 | 5 | 7 | 8 | 8 | 6 | 6 | 8 | 7 | 6 |
| 7 | 5 | 7 | 9 | 6 | | | | | | | | | | |

أ) طبق توزيع إحتمالي مناسب لهذه المشاهدات.

ب) ولد 20 زمن خدمة لهذا النظام.

**<u>السؤال الثاني:</u>**

ولد 20 قيمة من متغيرعشوائي <u>متقطع (منفصل)</u> يتبع دالة التوزيع التالية:

$$F(x) = \frac{x}{6}, \;\; x = 1, 2, \cdots, 6$$

(ملاحظة: للحصول علي أرقام صحيحة تستخدم العلاقة $\lfloor x \rfloor = \text{smallest integer} \geq x$ أي أصغر عدد صحيح أكبر من أو يساوي $x$ .

**<u>السؤال الثالث:</u>**

بإستخدام طريقة القبول والرفض Acceptance-Rejection Technique ولد 5 قيم من متغيرعشوائي يتبع توزيع بواسون Poisson Variates بمتوسط $\lambda = 0.5$ .

خطوات الخوارزم هي:

الخطوة 1: ضع $n = 0$ و $P = 1$ .

الخطوة 2: ولد رقم عشوائي $R_{n+1}$ وبدل $P$ بـ $P \times R_{n+1}$ .

الخطوة 3: إذا كانت $P < e^{-\lambda}$ عندئذ إقبل $N = n$ وإلا أرفض $n$ الحالية وزد $n$ بواحد وعد للخطوة 2 .

**الإختبار النهائي للفصل الثاني 1427/ 1428 هـ**
**لمادة 241 بحث ( طرق المحاكاة 1 )**

**<u>السؤال الأول: ( 30 علامة)</u>**

الطلب على سلعة معينة في اسبوع بمئات الكيلوجرامات كالتالي:

| ألإحتمال | الطلب / اسبوع |
|---|---|
| 0.04 | 0 |
| 0.22 | 5 |
| 0.16 | 10 |
| 0.42 | 15 |
| 0.10 | 20 |
| 0.06 | 25 |

بإستخدام إكسل أوجد:
(أ) ولد طلبات لعدد 50 اسبوع.
(ب) كون مدرج تكراري للطلبات المولدة في الفقرة السابقة.
(ج) أختبر جودة التوفيق للطلبات المولدة ( المشاهدة O ) مع الطلبات المعطاه في الجدول (المتوقعة E ). خذ $\alpha = 0.05$ . ( $\chi^2_{5,0.05} = 11.0705$ )

# بسم الله الرحمن الرحيم

قسم الإحصاء وبحوث العمليات

كلية العلوم

جامعة الملك سعود

الإختبار النهائي للفصل الثاني 1422/1421 هـ

لمادة 241 بحث ( طرق المحاكاة 1 )

# الزمن 3 ساعات

أجب على جميع الأسئلة التالية:

السؤال الأول:

توزيع زمن مابين الوصول للزبائن بالدقيقة إلى دكان أحد الحلاقين يعطي بالجدول:

| Time Between Arrivals (Minutes) | Probability |
|---|---|
| 1 | 0.23 |
| 2 | 0.37 |
| 3 | 0.28 |
| 4 | 0.12 |

(أ) ولد أزمنة مابين وصول لعدد 50 زبونا.

(ب) كون مدرج تكراري للأزمنة المولدة في الفقرة السابقة.

(ج) أختبر جودة التوفيق للأزمنة المولدة ( المشاهدة O ) مع الأزمنة المعطاه في الجدول (المتوقعة E ). خذ $\alpha = 0.05$
( $\chi^2_{3,0.05} = 7.81$ ) .

السؤال الثاني:

للأرقام التالية: (إقرأ من اليسار لليمين سطرا بسطر)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.25 | 0.01 | 0.93 | 0.70 | 0.66 | 0.74 | 0.79 | 0.47 |
| 0.68 | 0.18 | 0.88 | 0.07 | 0.99 | 0.51 | 0.04 | 0.01 |
| 0.43 | 0.60 | 0.59 | 0.55 | 0.64 | 0.10 | 0.61 | 0.22 |
| 0.85 | 0.42 | 0.01 | 0.98 | 0.05 | 0.20 | 0.11 | 0.23 |
| 0.68 | 0.41 | 0.96 | 0.48 | 0.11 | 0.59 | 0.11 | 0.10 |

(أ) أستخدم إختبار الجري Runs Test فوق وتحت المتوسط لإختبار فيما إذا كانت هذه الأرقام عشوائية. خذ

$$\mu_b = \frac{2n_1n_2}{N} + \frac{1}{2}, \sigma_b^2 = \frac{2n_1n_2\left(2n_1n_2 - N\right)}{N^2\left(N-1\right)}, Z_0 = \frac{b - \left(2n_1n_2/N\right) - 1/2}{\left[\frac{2n_1n_2\left(2n_1n_2 - N\right)}{N^2\left(N-1\right)}\right]^{1/2}}$$

$\alpha = 0.05, \quad z_{0.025} = 1.96$

(ب) بإستخدام السطر الأول من الأرقام العشوائية السابقة ولد قيم لـ 8 متغيرات عشوائية تتبع دالة التوزيع التالية:

$$F\left(x\right) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{x^2}{2}, & 0 < x \le 1 \\ 1 - \frac{\left(2-x\right)^2}{2}, & 1 < x \le 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

<u>السؤال الثالث:</u>

بإستخدام طريقة القبول والرفض Acceptance-Rejection Technique ولد قيم لـ 8 متغيرات عشوائية تتبع توزيع بواسون Poisson Variates بمتوسط $\lambda = 0.2$ ( $e^{-0.2} = 0.8187$ ) . إستخدم الأرقام العشوائية من السؤال الثاني سطرا بسطر. خطوات الخوارزم هي:

الخطوة 1: ضع $n = 0$ و $P = 1$ .

الخطوة 2: ولد رقم عشوائي $R_{n+1}$ وبدل $P$ بـ $P \times R_{n+1}$ .

الخطوة 3: إذا كانت $P < e^{-\lambda}$ عندئذ إقبل $N = n$ وإلا أرفض $n$ الحالية وزد $n$ بواحد وعد للخطوة 2 .

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود

قسم الإحصاء وبحوث العمليات

**<u>مادة 241 بحث (طرق المحاكاة 1 )</u>**

**الإختبار النهائي للفصل الثاني 1423/1422 هـ**

**الزمن 3 ساعات**
**أجب على جميع الأسئلة التالية:**

**السؤال الثاني:**

زمن الحياة Lifetime بالسنوات لقمر صناعي وضع في مدار حول الأرض يتبع التوزيع التالي:

$$f(x)=\begin{cases}0.4e^{-0.4x}, & x\geq 0\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

بإستخدام MINITAB أو EXCEL ولد 1000 أزمنة حياة وأجب على التالي:

١ - ماهو إحتمال أن القمر الصناعي لايزال يعمل بعد 5 سنوات؟
٢ - ماهو إحتمال أن القمر الصناعي يعمل بين 3 و 6 سنوات بعد إطلاقه؟
٣ - حقق نتائجك تحليليا (الإجابة على هذه الفقرة إختياريا).

**السؤال الثالث:**

الجدول التكراري التالي يمثل مشاهدات لمتغير عشوائي $x_i$

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Observed Frequency | 118 | 274 | 298 | 169 | 105 | 25 | 8 | 1 | 2 |

أختبر الفرضية القائلة ان $x_i$ متغير عشوائي له توزيع بواسون بمتوسط 2 خذ $\alpha = 0.05$ .

# بسم الله الرحمن الرحيم

**<u>إجابات محتملة للإختبار النهائي للفصل الثاني 1423/1422 هـ</u>**

**<u>مادة 241 بحث (طرق المحاكاة 1 )</u>**

**<u>إجابة للسؤال الثاني:</u>**

من دالة الكثافة الإحتمالية نجد $\lambda = 0.4$ أي أن المتوسط $\mu = \frac{1}{0.4} = 2.5$

لتوليد 1000 قيمة نستخدم اولا MINITAB والأوامر كالتالي:

```
MTB > RANDOM 1000 C1;

SUBC> EXPO 2.5.

MTB >
```

انسخ القيم المولدة والصقها في صفحة من EXCEL في العمود A ثم اوجد القيم الصغرى والكبرى للبيانات وكون الفئات بحيث تنطبق نهاياتها على القيم المراد حسابها وكون الجدول التالي:

| Class Interval | Relative Frequency | Cumulative Relative Frequency |
|---|---|---|
| $x_i \le 0$ | 0 | $0 = P(X \le 0)$ |
| $0 < x_i \le 1$ | 0.331 | $0.331 = P(X \le 1)$ |
| $1 < x_i \le 2$ | 0.224 | $0.555 = P(X \le 2)$ |
| $2 < x_i \le 3$ | 0.144 | $0.699 = P(X \le 3)$ |
| $3 < x_i \le 4$ | 0.101 | $0.800 = P(X \le 4)$ |
| $4 < x_i \le 5$ | 0.056 | $0.856 = P(X \le 5)$ |
| $5 < x_i \le 6$ | 0.049 | $0.905 = P(X \le 6)$ |
| $6 < x_i \le 7$ | 0.035 | $0.940 = P(X \le 7)$ |
| $7 < x_i \le 8$ | 0.018 | $0.958 = P(X \le 8)$ |

| | | |
|---|---|---|
| $8 < x_i \leq 9$ | 0.012 | $0.970 = P(X \leq 9)$ |
| $9 < x_i \leq 10$ | 0.006 | $0.976 = P(X \leq 10)$ |
| $10 < x_i \leq 11$ | 0.007 | $0.983 = P(X \leq 11)$ |
| $11 < x_i \leq 12$ | 0.006 | $0.989 = P(X \leq 12)$ |
| $12 < x_i \leq 13$ | 0.006 | $0.995 = P(X \leq 13)$ |
| $13 < x_i \leq 14$ | 0.001 | $0.996 = P(X \leq 14)$ |
| $14 < x_i \leq 15$ | 0.003 | $0.999 = P(X \leq 15)$ |
| $15 < x_i \leq 16$ | 0 | $0.999 = P(X \leq 16)$ |
| $16 < x_i \leq 17$ | 0.001 | $1.000 = P(X \leq 17)$ |
| $17 < x_i$ | 0 | |

من الجدول:

-1 إحتمال ان القمر الصناعي لايزال يعمل بعد 5 سنوات

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) = 1 - 0.856 = 0.144$$

وذلك من العمود الثالث بالجدول.

-2 إحتمال ان القمر الصناعي يعمل بين 3 و 6 سنوات

$$P(3 \leq X \leq 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 3) = 0.905 - 0.699 = 0.206$$

ايضا بإستخدام العمود الثالث في الجدول.

-3

1) $P(X \leq 5) = \int_0^5 0.4e^{-0.4x} = 1 - e^{-0.4(5)} = 0.864664717$

$1\text{-}P(X \leq 5) = 0.1353353$

2) $P(3 \leq X \leq 6) = \int_3^6 0.4e^{-0.4x} = e^{-0.4(3)} - e^{-0.4(6)} = 0.210476259$

نلاحظ ان هناك تقارب في النتائج ( للحصول على نتائج أدق تؤخذ اكثر من عينة)

**إجابة للسؤال الثالث:**

نحسب التكرارات المتوقعة كالتالي:

$$E_1 = 1000P(X=0) = 100\frac{e^{-2}2^0}{0!} = 135.335283$$

$$E_2 = 1000P(X=1) = 100\frac{e^{-2}2^1}{1!} = 270.6705665$$

$$E_3 = 1000P(X=2) = 100\frac{e^{-2}2^2}{2!} = 270.6705665$$

$$E_4 = 1000P(X=3) = 100\frac{e^{-2}2^3}{3!} = 180.4470443$$

$$E_5 = 1000P(X=4) = 100\frac{e^{-2}2^4}{4!} = 90.22352216$$

$$E_6 = 1000P(X=5) = 100\frac{e^{-2}2^5}{5!} = 36.08940886$$

$$E_7 = 1000P(X=6) = 100\frac{e^{-2}2^6}{6!} = 12.02980295$$

$$E_8 = 1000P(X=7) = 100\frac{e^{-2}2^7}{7!} = 3.43708656$$

$$E_9 = 1000P(X=8) = 100\frac{e^{-2}2^8}{8!} = 0.85927164$$

ونكون جدول:

| $i$ | $x_i$ | Observed $O_i$ | Expected $E_i$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 118 | 135.3353 |
| 2 | 1 | 274 | 270.6706 |
| 3 | 2 | 298 | 270.6706 |
| 4 | 3 | 169 | 180.447 |
| 5 | 4 | 105 | 90.22352 |
| 6 | 5 | 25 | 36.08941 |
| 7 | 6 | 8 | 12.0298 |
| 8 | 7 | 1 | 3.437087 |
| 9 | 8 | 2 | 0.859272 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | Total | 1000 | 999.7626 |

نلاحظ أن القيمة المتوقعة في الخليتين الأخيرة أقل من 5 فتدمج الخليتين مع الخلية السابقة لهما

| $x_i$ | Observed $O_i$ | Expected $E_i$ | $(O_i - E_i)^2 / E_i$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 118 | 135.3353 | 2.220504 |
| 1 | 274 | 270.6706 | 0.040953 |
| 2 | 298 | 270.6706 | 2.759428 |
| 3 | 169 | 180.447 | 0.726162 |
| 4 | 105 | 90.22352 | 2.420038 |
| 5 | 25 | 36.08941 | 3.40751 |
| $\geq 6$ | 11 | 16.32616 | 1.737578 |
| Total | 1000 | 999.7626 | 13.31217 |

كاي تربيع المحسوبة $\chi_6^2 = 13.31217$

وكاي تربيع الجدولية $\chi_{0.05,6}^2 = 12.5916$

بما ان القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية فإننا نرفض الفرضية القائلة ان $x_i$ متغير عشوائي له توزيع بواسون بمتوسط 2 عند $\alpha = 0.05$ .