جامعة الملك سعود / كلية العلوم قســــم الرياضيات	بسـم الله الرحمن الرحيم	الفصل الثاني ١٤٢٦ / ١٤٢٧ هـ الزمن // ثلاث ساعات
الأسم / .... رقم الحضور في المحاضرات/	الإختبار النهائي في المقرر ٢٤٤ريض رقم الشعبة /	الرقم الجامعي / .... أستاذ المادة / ....

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة								
رقم السؤال	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	الدرجة
رمز الإجابة								$\overline{30}$

رقم السؤال	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس
الدرجة	$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$

الدرجة النهائية	
	50

لاحظ أن عدد الورقات ثمان ورقات

الجزء الأول : [درجتان لكل سؤال]

ضع رمز الإجابة الصحيحة للأسئلة من ١ إلى ١٥ في الجدول أعلاه :

(١) إذا كانت A مصفوفة مربعة من الدرجة 2 و كان $\left(A^{-1}-3I\right)^t = 2\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، فإن A تساوي :

(أ) $\frac{1}{53}\begin{bmatrix} -9 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ (ب) $53\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ (ج) $\frac{1}{53}\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$

(٢) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ a+x & b+x & c+x \\ a-2x & b-2x & c-2x \end{bmatrix}$ ، فإن :

(أ) $|A| = -2xy + abc$ (ب) $|A| = 0$ (ج) $|A| = a+b+c$ (د) $|A| = (x-2y)(a+b+c)$

(٣) إذا كانت A مصفوفة قابلة للعكس من الدرجة 2 و كان $|A| = 2$ ، فإن $|\ adjA + 2A^{-1}\ |$ يساوي :

(أ) 8 (ب) 2 (ج) 16 (د) 4

(٤) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} \alpha-3 & 2 & 0 \\ 2 & \alpha-3 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha-5 \end{bmatrix}$ ، فإن مجموعة قيم الثابت α التي تجعل للنظام $AX = O$ عدداً غير منته من الحلول هي :

(أ) $\{ 2 , 3 , 5 \}$ (ب) $\{ 3 , 5 \}$ (ج) $R \setminus \{ 1 , 5 \}$ (د) $\{ 1 , 5 \}$

(٥) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & \lambda \end{bmatrix}$ ، فإن قيمة الثابت λ التي تجعل $rank\ A = 2$ هي :

(أ) 2 (ب) 3 (ج) $-\frac{1}{2}$ (د) 5

(٦) إذا كانت A مصفوفة من سعة 4×7 ، فإن :

(أ) متجهات الأعمدة مرتبطة خطياً (ب) بعد الفضاء العمودي يساوي 5

(ج) متجهات الأعمدة مستقلة خطياً (د) الفضاء الصفي يساوي الفضاء العمودي

(٧) مجموعة قيم الثابت λ التي تجعل المتجهات :

$v_1 = (1,-1,-\lambda)$, $v_2 = (-1,2,\lambda)$, $v_3 = (\lambda, 0, 1-2\lambda)$ مستقلة خطياً هي :

(أ) R (ب) $R \setminus \{ 1 \}$ (ج) $R \setminus \{ -1 \}$ (د) $R \setminus \{ 1,-1 \}$

(٨) بإعتبار $<,>$ ضرباً داخلياً على R^n . إذا كان $u, v \in R^n$ بحيث أن $\| u \|^2 = 39$, $\| v \|^2 = 79$, $<u, v> = -3$ ، فإن قيمة المقدار $<u+2v, 3u+v>$ تساوي :

(أ) -254 (ب) 186 (ج) 254 (د) -215

(٩) إذا كان u,v متجهين في فضاء ضرب داخلي V بحيث أن المتجهين $2u+3v$, $4u-6v$ متعامدان ، فإن :

(أ) $\| u \| = \frac{3}{2} \| v \|$ (ب) $\| u \| = \frac{9}{4} \| v \|$ (ج) $\| v \| = 3 \| u \|$ (د) $\| u \| = \| v \|$

(١٠) إذا كان $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ متجهاً ذاتياً مرافقاً للقيمة الذاتية 3 و $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ متجهاً ذاتياً مرافقاً للقيمة الذاتية -1 لمصفوفة $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، فإن A تساوي :

(أ) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -7 & 1 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$

(١١) إذا كان $T : R^3 \to R^3$ مؤثراً خطياً معرفاً بالقاعدة $T(x,y,z) = (x-y, y-z, z-x)$ ، فإن :

(أ) $\dim KerT = 0$ (ب) $\dim KerT = 2$ (ج) $\dim KerT = 1$ (د) $\dim KerT = 3$

(١٢) إذا كانت كل من $B = \{ v_1 = (1,0), v_2 = (0,1) \}$ و $S = \{ u_1 = (1,1), u_2 = (2,1) \}$ أساساً للفضاء R^2 ، فإن مصفوفة الإنتقال من الأساس B إلى الأساس S هي :

(أ) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

(١٣) إذا كان $T : V \to R^3$ تحويلاً خطياً بحيث أن :
$T(v_1) = (1,-1,2), T(v_2) = (0,3,2), T(v_3) = (-3,1,2)$
فإن $T(2v_1 - 3v_2 + 4v_3)$ يساوي :

(أ) $(-10,8,5)$ (ب) $(14,-7,6)$ (ج) $(-10,-7,6)$ (د) $(-10,0,4)$

(١٤) إذا كان $T : R^2 \to R^3$ تحويلاً خطياً معرفاً بالقاعدة $T(x,y) = (x-2y, -y, 2x+y)$ ، فإن المصفوفة الممثلة للتحويل الخطي T بالنسبة للأساسين $B = \{ v_1 = (1,0) , v_2 = (0,-1) \}$ $S = \{ u_1 = (1,0,0) , u_2 = (1,1,0) , u_3 = (1,1,1) \}$ هي :

(أ) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

(١٥) مجموعة قيم الثابت a التي تجعل المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ غير قابلة للتحول إلى الصورة القطرية هي :

(أ) $\{ 1 \}$ (ب) $R \setminus \{ 0,1 \}$ (ج) $R \setminus \{ 0 \}$ (د) $\{ 0 \}$

<u>الجزء الثاني</u> : أجب على الأسئلة التالية <u>في نفس ورقة الأسئلة</u> :

<u>السؤال الأول</u> : [ثلاث درجات]

ليكن لدينا النظام

$$\begin{aligned} x + \alpha^2 y &= 2\alpha \\ x \quad + y &= -2 \end{aligned}$$

. أوجد قيم الثابت α لكي يكون :

(i) للنظام حلاً وحيداً . (ii) للنظام عدداً غير منته من الحلول . (iii) النظام غير متآلف (غير متسق)

السؤال الثاني : [ثلاث درجات]

إذا كان $B = \{ u_1 , u_2 , u_3 \}$ أساساً عيارياً و متعامداً في فضاء ضرب داخلي V و كان $v \in V$ ،

فأثبت أن : $\| v \|^2 = < v , u_1 >^2 + < v , u_2 >^2 + < v , u_3 >^2$

<u>السؤال الثالث</u> : [أربع درجات]

ليكن $T : R^4 \to R^3$ تحويلاً خطياً معرفاً بالضرب في المصفوفة : $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(i) أوجد أساساً لنواة التحويل الخطي T .   (ii) أوجد أساساً لصورة (مدى) التحويل الخطي T .

السؤال الرابع : [أربع درجات]

إذا كان $T : R^2 \rightarrow R^3$ تحويلاً خطياً بحيث أن $T(1,-2)=(-1,1,0)$, $T(-2,3)=(0,-2,1)$ ، فأوجد $T(a,b)$.

<u>السؤال الخامس</u> : [ست درجات]

لتكن $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

(i) أثبت أن القيم الذاتية (المميزة) المختلفة للمصفوفة A هي $1 , 2$.

(ii) عين ، إن أمكن ، مصفوفة P تحول المصفوفة A إلى الصورة القطرية مع إيجاد تلك الصورة القطرية .