جامعة الملك سعود / كلية العلوم قســـــم الرياضيات	بســـم الله الرحمن الرحيم	الفصل الثاني ١٤٢٥ / ١٤٢٦ هـ الزمن // ثلاث ساعات
الأسم / .... رقم الحضور/	الإختبار النهائي في المقرر ٢٤٤ريض	الرقم الجامعي / .... أستاذ المادة / ....

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة								
رقم السؤال	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	
رمز الإجابة								

ممنوع إستخدام الآلة الحاسبة

الجزء الأول : [درجتان لكل سؤال]

ضع رمز الإجابة الصحيحة للأسئلة من ١ إلى ١٥ في الجدول أعلاه :

(١) إذا كانت A مصفوفة بحيث أن $(A^{-1}-I)^t = 3\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$ ، فإن :

(أ) $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (ب) $A=\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (ج) $A=\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (د) $A=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(٢) إذا كانت $A^{-1}=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -4 \end{bmatrix}$ ، فإن $adjA$ تساوي :

(أ) $\begin{bmatrix} -2 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & -2 \\ 2 & -4 & -8 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 2 & -4 & -6 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ (ج) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -4 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

(٣) إذا كانت $B=\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $A=\begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، فإن A^5B تساوي :

(أ) $[\,64 \quad 96 \quad 32\,]^t$ (ب) $[\,16 \quad 48 \quad 32\,]^t$

(ج) $[\,32 \quad 48 \quad 16\,]^t$ (د) $[\,32 \quad 96 \quad 64\,]^t$

(٤) إذا كانت $C=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، فإن $|\,2C^3\,|$ تساوي :

(أ) 432 (ب) 54 (ج) 108 (د) -54

(٥) إذا كانت $A=\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & -6 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ ، فإن بعد فضاء الحل للنظام المتجانس $AX=O$ يساوي :

(أ) 2 (ب) 1 (ج) 3 (د) 4

(٦) رتبة المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 8 \end{bmatrix}$ تساوي :

(أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

(٧) إذا كانت $S = \{ v_1 , v_2 , v_3 , v_4 , v_5 \}$ حيث :
$v_1 = (0,1,3,0) , v_2 = (1,-2,0,3), v_3 = (2,-5,-3,6), v_4 = (2,-1,4,-7) , v_5 = (5,-8,1,2)$ ، فإن S :

(أ) مستقلة خطياً (ب) تولد R^4 (ج) لا تولد R^4 (د) تشكل أساساً في R^4

(٨) إذا كانت $B = \{ x^2 , x + x^2 , 1 + \lambda x + x^2 \}$ ، فإن مجموعة قيم الثابت λ التي تجعل المجموعة B تشكل أساساً في $P_2[x]$ هي :

(أ) $\{ 1 \}$ (ب) $R \setminus \{ 1 \}$ (ج) Φ (د) R

(٩) إذا كانت المجموعة $\{ (-1 , \sqrt{3}) , (1 , \sqrt{3}) \}$ تشكل أساساً عيارياً متعامداً في R^2 بالنسبة إلى الضرب الداخلي المعرف بالقاعدة $< (a,b) , (a',b') >= \alpha \ aa' + \beta \ bb'$ ، فإن :

(أ) $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{3}$ (ب) $\alpha = \frac{1}{6}, \beta = \frac{1}{2}$ (ج) $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = \frac{1}{2}$ (د) $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{6}$

(١٠) إذا كان $T : R^3 \to R^4$ تحويلاً خطياً معرفاً بالقاعدة :
$T(x , y , z) = (x - y + 2z , x + y - z , 2x + z , 2y - 3z)$ ، فإن :

(أ) $\dim KerT = 1$ (ب) $\dim KerT = 2$ (ج) $\dim KerT = 3$ (د) $\dim KerT = 4$

(١١) إذا كان $T : R^3 \to R^4$ تحويلاً خطياً معرفاً بالقاعدة $T(X) = AX$ حيث $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

، فإن :

(أ) $\dim \operatorname{Im} T = 1$ (ب) $\dim \operatorname{Im} T = 3$ (ج) $\dim \operatorname{Im} T = 4$ (د) $\dim \operatorname{Im} T = 2$

(١٢) إذا كان $T : R^2 \to R^2$ مؤثراً خطياً معرفاً بالقاعدة $T(x, y) = (x + 2y , 2x - y)$ ، فإن المصفوفة الممثلة له بالنسبة للأساس $\{ v_1 = (-1 , 2) , v_2 = (2 , 0) \}$ هي :

(أ) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} -2 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

(١٣) إذا كانت كل من $B = \{ v_1 = (0 , -1) , v_2 = (2 , 1) \}$ و $S = \{ u_1 = (0 , 1) , u_2 = (1 , 1) \}$ أساساً للفضاء R^2 ، فإن مصفوفة الإنتقال من الأساس B إلى الأساس S تساوي :

(أ) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(١٤) إذا كانت $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ هي المصفوفة الممثلة للتحويل الخطي $T : R^3 \to R^2$ بالنسبة للأساسين

$B = \{ v_1 = (1, 0, 0), v_2 = (0, 1, 0), v_3 = (0, 0, 1) \}$ و $S = \{ u_1 = (-1, 1), u_2 = (2, 0) \}$

، فإن $T(x, y, z)$ تساوي :

(أ) $(2x + y, x + y - z)$ (ب) $(x - 2y, x + y + z)$

(ج) $(2x - y, x - y - z)$ (د) $(x + 2y, x - y + z)$

(١٥) مجموعة قيم الثابت a التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ غير قابلة للإستقطار هي :

(أ) Φ (ب) R (ج) $\{0, 1\}$ (د) $\{-1, 3\}$

الجزء الثاني : أجب على الأسئلة التالية في نفس ورقة الأسئلة :

السؤال الأول : [درجتان لكل فقرة]

(a) بين فيما إذا كانت القاعدة $\langle (x, y), (x', y') \rangle = x y' + y x'$ تشكل ضرباً داخلياً على R^2 أم لا .

(b) إذا كان u, v متجهين غير صفريين متعامدين في فضاء ضرب داخلي V ، فأثبت أن المجموعة $\{ u , v \}$ مستقلة خطياً .

(c) ليكن u, v متجهين في فضاء ضرب داخلي V حيث $\| u + v \| = \| u - v \|$ ، أثبت أن u, v متعامدان .

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

<u>السؤال الثاني</u> : [درجتان لكل فقرة]

(a) إذا كان $T : R^2 \to R^3$ تحويلاً خطياً بحيث أن $T(1,1) = (2,-1,3)$, $T(-2,1) = (-1,-4,-6)$ ، فأوجد $T(x,y)$.

(b) إذا كان $T : R^2 \to R^3$ تحويلاً خطياً معرفاً بالقاعدة $T(x,y) = (x+2y, -x+y, 2x-y)$ ، فبين فيما إذا كان $(1 , 0 , 1-)$ ينتمي إلى صورة T أم لا .

(c) إذا كان $T : R^3 \to M_{2\times 2}$ تطبيقاً معرفاً بالقاعدة $T(x,y,z) = \begin{bmatrix} y & -x \\ z & 0 \end{bmatrix}$ ، فبين فيما إذا كان T تحويلاً خطياً أم لا .

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

<u>السؤال الثالث</u> : [أربع درجات]

لتكن $B=\begin{bmatrix}2 & -1 & -3\\ 0 & 4 & 6\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$

(i) عين القيم الذاتية (المميزة) للمصفوفة B .

(ii) عين ، إن أمكن ، مصفوفة P تحول المصفوفة B إلى الصورة القطرية مع إيجاد تلك الصورة القطرية .

السؤال الرابع : [درجتان لكل فقرة]

(a) أثبت أن المصفوفة $A=\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$ غير قابلة للتحول إلى الصورة القطرية .

(b) إذا كان X متجهاً ذاتياً (مميزاً) لكل من المصفوفتين A , B ، فأثبت أن X متجه ذاتي (مميز) لكل من المصفوفتين $A+B , AB$