

السؤال الأول

(أ) احسبي مشتقة الدوال التالية:

$$y = 3^{\cosh^{-1}x} + (x^2 + x + 1)^{\sqrt{x}} \quad (\text{ii})$$

$$y = \tan^{-1}(\sinh x) + \text{Log}_3 \sqrt{x^2 \tanh \sqrt{x}} \quad (\text{i})$$

(ب) احسبي التكاملات التالية:

(ii)

$$\int 3^x (3 + \sinh 3^x) dx$$

$$\int_3^5 \frac{dx}{4-x^2} \quad (\text{i})$$

السؤال الثاني

(أ) أثبتني أن لكل $x \in (0, \infty)$ ، $\tanh(\ln x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ثم أوجدني قيمة x التي تحقق $\tanh(\ln x) = -\frac{1}{3}$.

(ب) احسبي التكاملات التالية:

$$\int \frac{dx}{(x^2 + 4x + 5)^2} \quad (\text{ii})$$

$$\int \frac{(x^6 - x^3 + 1)}{x^4 + x^2} dx \quad (\text{i})$$

السؤال الثالث

(أ) (i) باستخدام التعريف اثبتني أن $\tanh^{-1} \frac{1}{x} = \coth^{-1}(x)$ لكل $|x| > 1$.

(ii) استخدمني الفقرة السابقة لإيجاد الصيغة اللوغاريتمية للدالة $\coth^{-1}x$.

(ب) احسبي التكاملات التالية:

$$\int \tan^3 x \sec^3 x dx \quad (\text{ii})$$

$$\int_0^1 x^7 e^{-x^4} dx \quad (\text{i})$$