

المجموعة الخامسة

١- إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير  $X$  هي:

$X$	1	2	3	4
$f(x)$	$c$	$c/2$	$c/3$	$c/4$

① أوجد قيمة الثابت  $c$ .

② أوجد قيمة  $P(X \geq 2)$

③ أحسب قيمة التوقع الرياضي  $E(X)$  والتباين  $Var(X)$ .

٢- رمي حجري نرد معاً وكان  $X$  يمثل مجموع ما سيظهر على الحجرين.

① كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير  $X$ .

② أوجد دالة التوزيع التراكمية للمتغير  $X$ .

٣- متغير عشوائي متقطع له التوزيع الاحتمالي التالي:

$$P(X = x) = \frac{c}{x+3}, \quad x = 0, 1, 2, 3$$

① أوجد قيمة الثابت  $c$

② باسخدام الرمز  $E_1 = \{X = 1\}$ ,  $E_2 = \{X = 2\}$ ,  $E_3 = \{X = 3\}$ ، أوجد دقة

الاحتمالات:  $P(\bar{E}_1)$  و  $P(E_3 \cup E_1)$

٤- التوزيع الاحتمالي للمتغير  $X$  هو

$$f(x) = P(X = x) = 3c\left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

① أوجد قيمة الثابت  $c$

② أوجد دالة التوزيع  $F(x)$  ثم احسب قيمة  $P(X \leq 12)$

٥- في طريقه إلى عمله يجتاز موظف 3 إشارات ضوئية (الإشارة تكون إما حمراء أو خضراء فقط).

إذا كانت الإشارات لثلاث تعمل مستقلة عن بعضها البعض واحتمال أن يواجه إشارة حمراء هو

0.7, 0.6, 0.5 بالنسبة للإشارات الثلاث على الترتيب. إذا كان المتغير العشوائي  $X$  يمثل عدد

الإشارات الحمراء التي يواجهها الموظف في رحلته اليومية إلى مقر عمله. المطلوب:

① أوجد دالة الكتلة الاحتمالية للمتغير  $X$ .

② احسب القيمة المتوقعة والانحراف المعياري للمتغير  $X$ .

③ إذا كان وقت الانتظار لكل إشارة حمراء هو دقيقتان. ماهي القيمة المتوقعة والانحراف

المعياري للوقت الذي ينتظره الموظف للرحلة الواحدة؟

④ أوجد دالة التوزيع التراكمية للمتغير  $X$ .

المجموعة الخامسة

٦- إذا كانت دالة التوزيع التراكمية  $F(x)$  للمتغير العشوائي المنفصل  $X$  على الصورة التالية :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -2 \\ 0.2 & -2 \leq x < 2 \\ 0.5 & 2 \leq x < 3 \\ c & 3 \leq x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

١ احسب قيمة الثابت  $c$  إذا علمت أن  $f(3)=0.25$ .

٢ احسب احتمالات الحوادث التالية :

$$\{1 < X < 2\}, \{X > 1.5\}, \{0.5 < X < 2.5\}$$

٧- حزمة من البطاريات تتضمن 6 بطاريات، اثنتان منها فاسدتان. اخترنا عشوائياً عينة من ثلاث بطاريات. إذا رمزنا بـ  $X$  لعدد البطاريات الفاسدة في العينة.

١ اكتب التوزيع الاحتمالي لـ  $X$ .

٢ احسب متوسط  $X$  وتباينه.

٣ أوجد دالة التوزيع التراكمية لـ  $X$ .

٤ احسب  $P(1 < X \leq 3)$ .

٨- أعلنت وزارة الصحة عن توفر 3 بعثات لدراسة طب الأطفال فتقدم لها 6 رجال و 4 نساء، وعُدد الاختيار وجد أنهم جميعاً متساوون في المؤهل والخبرة فتقرر إتباع طريقة الاختيار العشوائي. أوجد

:

١ التوزيع الاحتمالي لعدد النساء المختارات .

٢ احتمال اختيار امرأة واحدة على الأقل.

٣ احتمال اختيار امرأة واحدة على الأكثر.

٩- صندوقان، يحوي الأول 5 كرات بيضاء وكرتين سوداء، بينما يحوي الثاني 4 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء. اخترنا عشوائياً كرة من الصندوق الأول ووضعناها في الصندوق الثاني، ثم اخترنا من الصندوق الثاني عينة من 3 كرات. إذا عرفنا المتغير  $X$  بحيث يمثل عدد الكرات البيضاء في العينة فأحسب :

١ دالة الكتلة الاحتمالية للمتغير  $X$ .

٢ التوقع والتباين للمتغير  $X$ .

٣ التوقع والتباين للمتغير  $3X+2$ .

١٠- إذا علم أنه بالنسبة للمتغير العشوائي  $X$  تتحقق العلاقتين :

$$E(X + 4) = 10 \quad , \quad E[(X + 4)^2] = 116$$

أوجد قيمة التوقع الرياضي والتباين للمتغير  $X$ .

المجموعة الخامسة

١١- لدينا 3 نماذج امتحان هي A , B , C بحيث كان هناك 5 نسخ من النموذج A و 4 نسخ من النموذج B و 3 نسخ من النموذج C مخلوطة معاً. تقدم 3 طلاب للامتحان فسحبنا منها عشوائياً عينة من 3 نسخ . إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد النماذج المختلفة في العينة المسحوبة ، فأوجد :

①- التوزيع الاحتمالي للمتغير X . ②- دالة التوزيع التراكمية للمتغير X .

③- احتمال أن يكون في العينة أكثر من نموذج واحد.

١٢- يوجد في صندوق 100 مظروف منها 10 مظاريف يحوي الواحد منها 100 ريال و 20 مظروفاً يحوي الواحد منها 50 ريالاً و 30 مظروفاً يحوي الواحد منها 10 ريالات ، والباقي لا يحوي شيء

① اخترنا عشوائياً مظروفاً واحداً وعرفنا المتغير X بأنه مقدار المبلغ داخل المظروف. أوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير X.

② اخترنا عشوائياً مظروفين وعرفنا المتغير Y بأنه مجموع المبلغ داخل المظروفين. أوجد التوزيع الاحتمالي للمتغير Y ، واحسب الاحتمالات  $P(Y = 60)$  ،  $P(Y \leq 20)$  .

١٣- هل الدوال التالية تمثل دالة كتلة احتمالية عند قيمة معينة للثابت k ؟ إذا كانت الإجابة بنعم ، فحدد قيمة الثابت k ، وإذا كانت الإجابة بلا ، فاذكر السبب.

$$f(x) = k \left( \frac{1}{2} \right)^x ; \quad x = 1, 2, 3 \quad \text{①}$$

$$f(x) = k \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^x - \frac{1}{2} \right] ; \quad x = 0, 1, 2 \quad \text{②}$$

١٤- مندوب مبيعات لإحدى شركات الأدوية يذهب إلى صيدلية معينة 3 مرات في السنة ليعرض عليهم شراء أدوية ، إذا كان احتمال أن ينجح في بيع الأدوية على الصيدلية في أي مرة هو 0.8 ، وكل محاولة للبيع مستقلة عن الأخرى. إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد المرات التي يبيع فيها المندوب أدوية على الصيدلية في أي سنة ، فأوجد :

① التوزيع الاحتمالي (دالة الكتلة) للمتغير العشوائي X .

② التوقع الرياضي (المتوسط) للمتغير العشوائي X .

③ التوقع الرياضي (المتوسط) للمتغير العشوائي  $Y = 3X - 2$  .

١٥- أوجد القيمة العددية للتوقع الرياضي  $E(Y)$  حيث Y له التوزيع الاحتمالي:

Y	1	4	7	10	13	16
f(y)	a	b	c	c	b	a