

المجموعة الحادية عشر

١- المتغير العشوائي X يمثل الوزن مقدراً بالرطل لسمكة من نوع السالمون الكبير التي تصطاد عند مصب نهر معين ، بفرض أن المتغير X له التوزيع الطبيعي بمتوسط 30 رطلاً وانحراف معياري 6 أرطال. تم اصطياد سمكة من هذا النوع ، أوجد احتمال أن يكون وزنها :

① على الأقل 41 رطلاً.

② أن لايزيد وزنها عن 45 رطلاً.

③ أن يتراوح وزنها بين 20 و 40 رطلاً.

٢- أطوال 100 من الوحدات المصنعة لها التوزيع الطبيعي بمتوسط 160 سم وانحراف معياري 20 سم. قدر عدد الوحدات التي أطوالها :

① أقل من 110 سم.

② بين 125 و 135 سم.

③ أكبر من 200 سم.

٣- - تتوزع أوزان قوالب الصابون في مصنع ما وفق التوزيع الطبيعي. إذا كان وزن 6.68% من القوالب المصنوعة أقل من 90.5 غرام بينما زاد وزن 3.59% من القوالب على 100.4 غرام. المطلوب :

① أوجد متوسط وتباين توزيع وزن القوالب.

② أحسب النسبة المئوية للقوالب التي يتوقع أن تزن أقل من 88 غرام.

③ إذا خفضنا تباين الوزن بنسبة الثلث فما هي النسبة المئوية من إنتاج المصنع التي يتوقع أن يقل وزنها عن 88 غرام مفترضاً أن المتوسط لم يتغير؟.

٤- متغير عشوائي X له الدالة المولدة للعزوم التالية : $M_X(t) = e^{8t^2}$ والمطلوب :

① ماهو توزيع X وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه ؟

② ماهو توزيع $Y=X+5$ وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه ؟

③ احسب الاحتمالات التالية : $P(X > 6)$ ، $P(-3 \leq X \leq 4)$

$P(1 \leq Y \leq 9)$ ، $P(Y > 10)$ ، $P(Y < 10)$

٥- إذا كانت درجات اختبار الذكاء تتوزع طبيعياً بمتوسط يساوي 100 درجة وانحراف معياري يساوي 15 درجة فما نسبة الناس ذوي درجة ذكاء :

① فوق 125 درجة ؟. ② تحت 80 درجة ؟. ③ بين 70 و 130 ؟.

المجموعة الحادية عشر

٦- إذا كانت درجات الطلاب في مقرر ١١١ إحصاء تتبع توزيعاً طبيعياً ، وإذا علم أن 10% راسبون (أي درجاتهم أقل من 60) وأن 5% حاصلون على تقدير ممتاز (أي درجاتهم أكبر من أو تساوي 90) فاحسب متوسط درجات الطلاب والانحراف المعياري لها ..

٧- إذا كانت الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي X الذي يتبع التوزيع الطبيعي (μ, σ^2) هي

$$M_X(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$$

فأثبت أن المتغير $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ يتبع التوزيع $N(0, 1)$

٨- إذا كانت العلاقة بين الدخل X والاستهلاك Y لأسر مدينة ما هي $Y = 0.75X + 20$ وكان للدخل يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط 3000 ريال وانحراف معياري 600 ريال ، اخترنا عشوائياً أسرة فما احتمال أن يزيد دخلها عن 3900 ريال ، وما احتمال أن يقل استهلاكها عن 2490.5 ريال ؟

٩- إذا علمت أن X متغير عشوائي له الدالة المولدة للعزوم التالية : $M_X(t) = e^{t(1+2t)}$ والمطلوب :

① ما هو توزيع X وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه؟

② ما هو توزيع $Y = 2X - 1$ وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه؟

③ احسب قيمة الاحتمالات التالية:

$$P(X \geq 6), P(-3 < X < 4), P(Y > 10), P(Y < 10), P(1 < Y \leq 9)$$

١٠- وجد في دراسة بإحدى الجامعات أن متوسط الطول للطلاب هو 68.22 بوصة وتباين 10.8 بوصة^٢ ، إذا كانت أطوال الطلاب تتبع للتوزيع الطبيعي، فكم عدد الطلاب الذين يتوقع أن يزيد طولهم عن 72 بوصة في مجموعة مكونة من 1000 طالب في هذه الجامعة.

١١- يدعي مدير مصنع لإنتاج رقائق السليكون أن سمك هذه الرقائق يتبع للتوزيع الطبيعي بمتوسط 2 ملم وانحراف معياري 0.5 ملم ، المطلوب:

① احسب النسبة المئوية للرقائق التي يتوقع أن يكون سمكها أقل من 3 ملم.

② ما هو السمك الذي يقل عنه 97.5% من الرقائق التي ينتجها هذا المصنع ؟