

المجموعة العاشرة

١- حوض لأسماك الزينة في احد المنازل به 24 سمكة منها 6 سمكات غير ملونة . اختيرت عينة (بدون إرجاع) مكونة من 4 سمكات . فإذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد السمكات الملونة في العينة أوجد ما يلي :

① دالة الكتلة الاحتمالية $f(x)$ للمتغير العشوائي X .

② $V(X), E(X)$.

③ احتمال عدم وجود سمكة ملونة في العينة .

④ احتمال وجود سمكة ملونة واحدة على الأقل في العينة .

٢- تاجر يشتري مصابيح كهربائية معبأة في صناديق , يحتوي كل صندوق على 30 مصباحاً . وقبل أن يشتري أي صندوق يقوم بفحص 4 مصابيح يختارها بطريقة عشوائية من ذلك الصندوق فإذا وجد مصباحاً واحداً على الأقل معيباً رفض الصندوق. بفرض أن في الصندوق 3 مصابيح معيبة احسب :

① احتمال قبول الصندوق.

② نسبة الصناديق التي سيرفضها هذا التاجر.

③ احتمال الحصول على 3 مصابيح معيبة.

٣- قطفنا من مزرعة 20 ثمرة فكان من بينها ثمرتين غير ناضجتين . ملأنا عشوائياً من هذا الثمر صندوقاً يتسع لخمس ثمرات . ما احتمال أن يحوي هذا الصندوق ثمرة غير ناضجة ؟

٤- أعلنت وزارة الصحة عن توفر 3 بعثات لدراسة طب الأطفال فتقدم لها 6 رجال و 4 من النساء وعند الاختيار وجد أنهم جميعاً متساوون في المؤهل و الخبرة فتقرر إتباع طريقة الاختيار العشوائي. أوجد:

① التوزيع الاحتمالي لعدد الرجال المختارين .

② احتمال اختيار رجل واحد على الأقل .

③ احتمال اختيار رجل واحد على الأكثر .

٥- يحوي صندوق ثلاث كرات بيضاء وأربع كرات سوداء . سحبنا منه عشوائياً عينة من ثلاث كرات وعرفنا المتغير العشوائي ($X =$ عدد الكرات البيضاء في العينة) . احسب دالة الكتلة الاحتمالية للمتغير X ، ثم احسب $V(X), E(X)$.

المجموعة العاشرة

٦- في محطة للقطارات ، تصل القطارات المتجهة إلى المدينة A كل 15 دقيقة بدءاً من الساعة السابعة صباحاً ، بينما تصل القطارات المتجهة إلى المدينة B كل 15 دقيقة بدءاً من الساعة السابعة وخمس دقائق صباحاً. المطلوب:

- ١ إذا كان أحد الركاب يأتي إلى هذه المحطة بوقت منتظم بين الساعة السابعة والثامنة صباحاً، ويركب أول قطار يصل المحطة ، ماهو احتمال أنه سيركب القطار المتجه إلى المدينة A ؟
- ٢ إذا كان أحد الركاب يأتي إلى هذه المحطة بوقت منتظم بين الساعة السابعة وعشر دقائق والساعة الثامنة وعشر دقائق صباحاً، ويركب أول قطار يصل المحطة ، ماهو احتمال أنه سيركب القطار المتجه إلى المدينة A ؟

٧- إذا وصلت إلى موقف للحافلات الساعة العاشرة ، وتعلم أن الحافلة تصل بانتظام إلى هذا الموقف بين الساعة العاشرة والعاشرة والنصف.

- ١ أوجد احتمال أنك ستنتظر أكثر من 10 دقائق لتركب الحافلة.
- ٢ إذا لم تصل الحافلة عند الساعة العاشرة والرابع ، فما هو احتمال أنك ستنتظر على الأقل 10 دقائق أخرى لتركب الحافلة ؟

٨- إذا كانت درجة حرارة تفاعل كيميائي معين تمثل بمتغير عشوائي X يتبع التوزيع المنتظم على الفترة $(-5,5)$ ، فاحسب الاحتمالات التالية:

- ١ $P(X < 0)$ ، $P(-2 < X < 2)$ ، $P(-2 \leq X \leq 3)$
- ٢ احسب الاحتمال $P(k < X < k + 4)$ ، حيث قيمة k تحقق $-5 < k < k + 4 < 5$.

٩- إذا كانت الدالة المولدة للعزوم للمتغير Y هي : $M_Y(t) = \frac{e^t - 1}{t}$ فاحسب :

- ١ قيمة $E(Y)$ و $V(Y)$
- ٢ قيمة الاحتمالات $P(0.25 \leq Y \leq 0.5)$ و $P(Y > 0.5)$
- ٣ الدالة المولدة للعزوم للمتغير $Z = Y - 2$ مستخدماً خواص الدالة المولدة للعزوم واستنتج توزيع المتغير Z .

١٠- اختير عدداً بطريقة عشوائية تتبع التوزيع المنتظم على الفترة $(0,1)$. احسب احتمال أن تكون :

- ١ منزلته العشرية الأولى 3 .
- ٢ منزلته العشرية الثانية 3 .
- ٣ منزلته العشرية الأولى والثانية 3 .

المجموعة العاشرة

- ١١- إذا كان متوسط أعمار المصابيح التي ينتجها أحد المصانع هو 1500 ساعة . فما هو احتمال :
- ١ أن يعيش أحد المصابيح أكثر من 3000 ساعة ؟.
 - ٢ أن يحترق أحد المصابيح خلال 150 ساعة ؟.
 - ٣ أن يعيش أحد المصابيح أكثر من 5000 ساعة علما انه قد عمل أكثر من 2000 ساعة ؟.
 - ٤ إذا أراد صاحب المصنع أن يضمن أن واحد في الألف من المصابيح يحترق قبل 5 ساعات من الاستعمال ، فما هو أقل متوسط يسمح به لإنتاجه؟.
- ١٢- بفرض أن الفترة الزمنية (مقدره بالسنين) بين شراء جهاز كهربائي وبين إرساله إلى التصليح تتبع التوزيع التالي :

$$f(x) = e^{-x} \quad x > 0$$

- ١ ما اسم هذا التوزيع ؟ حدد قيم معالمه.
- ٢ أوجد $M_X(t)$
- ٣ أحسب $F(x)$ ومنها أحسب احتمال أن الجهاز سيعمل سنتين على الأقل بدون أعطال.
- ٤ أحسب الاحتمال $(X > 5 / X > 3)$.

- ١٣- بفرض أن X متغير عشوائي يمثل الزمن الذي تستغرقه محادثة هاتفية دالة كثافته هي:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{10}}}{10} \quad x \geq 0$$

والمطلوب :

- ١ اكتب بدون برهان الدالة المولدة للعزوم للمتغير X .
 - ٢ أوجد دالة التوزيع للمتغير X .
 - ٣ أحسب احتمال أن المحادثة ستستغرق ما بين 5 إلى 10 دقائق .
 - ٤ إذا تجاوزت المحادثة 5 دقائق فما هو احتمال أنها ستستمر 10 دقائق أخرى؟
- ١٤- عمر شاشات نوع معين من التليفزيونات يتبع توزيع أسّي بمتوسط 1000 ساعة. إذا كانت الشركة المنتجة ترغب ضمان هذا النوع من الشاشات لمدة زمنية محددة، فما مقدار هذه المدة حتى تطمئن الشركة باحتمال قدره 0.95 أن الشاشات سوف تعمل جيداً على الأقل مدة الضمان؟.
- ١٥- عمر نوع معين من التليفزيونات مقدر بالسنوات يتبع توزيع أسّي بمعلمة قدرها $\lambda = \frac{1}{8}$. إذا اشتريت تليفزيون مستخدم من هذا النوع ، فما هو احتمال أن يعمل على الأقل لمدة 8 سنوات لديك؟.