



استعن بالله وأجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول :

- أ- في الصندوق الأول كرتين بيضاوين وكرة سوداء ، وفي الصندوق الثاني كرة بيضاء وكرة سوداء. اخترنا عشوائياً كرة من الصندوق الأول وخطناها مع كرات الصندوق الثاني ، ثم اخترنا من الصندوق الثاني كرة واحدة . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة ثم أحسب احتمال أن الكرة سوداء .
- ب- ترغب هيئة للرقابة والتفتيش تشكيل 3 لجان لدراسة موضوع الأسعار في صناعة معينة . إذا توافر لديها 84 مفتشاً فبكم طريقة يمكن تشكيل اللجان الثلاث بحيث تتضمن 17 , 27 , 19 مفتشاً ولا يمكن لمفتش أن يشترك في أكثر من لجنة واحدة ؟
- ج- أكتب مسلمات الاحتمال ثم استخدمها لإثبات أنه لأي حادثتين A , B معرفتين على نفس فضاء العينة فإن :
- $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

السؤال الثاني :

- أ- ثلاث حوادث مستقلة A , B , C معرفة على فضاء العينة لتجربة عشوائية بحيث كان :
 $P(A)=0.3$, $P(B)=0.4$, $P(C)=0.5$ أحسب قيمة الاحتمالات التالية:
١- احتمال وقوع واحدة منها فقط
٢- $P(A/C)$
٣- احتمال وقوع واحدة منها على الأقل
٤- $P(A/BC)$
- ب- إذا كانت نسبة الإصابة بمرض معين في مجتمع ما هي 0.05 ولكي يتم الكشف عن وجود المرض ترسل عينة من دم الشخص الى مختبر لإجراء الاختبار اللازم . إذا كانت دقة الاختبار تتمثل في أنه إذا كان الشخص يحمل المرض فإن نتيجة الاختبار ستكون إيجابية (أي وجود الإصابة) باحتمال 0.8 وإذا كان الشخص لا يحمل المرض فإن نتيجة الاختبار ستكون سلبية (أي عدم وجود الإصابة) باحتمال 0.9 . إذا تم اختيار شخص من هذا المجتمع عشوائياً وكانت نتيجة الاختبار أنه يحمل المرض فما هو احتمال أنه فعلاً مصاب بالمرض ؟
- ملاحظة: { استخدم الرموز التالية: A حادثة أن الشخص مصاب ، B حادثة أن نتيجة الاختبار إيجابية }

- ج- لدينا 3 نماذج امتحان هي A , B , C بحيث كان هناك 5 نسخ من النموذج A و 4 نسخ من النموذج B و 3 نسخ من النموذج C مخلوطة معاً. تقدم 3 طلاب للامتحان فسحبنا منها عشوائياً عينة من 3 نسخ . إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد النماذج المختلفة في العينة المسحوبة ، فأوجد :
- ١- التوزيع الاحتمالي للمتغير X .
 ٢- دالة التوزيع التراكمية للمتغير X .
 ٣- احتمال أن يكون في العينة أكثر من نموذج واحد.

السؤال الثالث :

- أ- من خواص دالة التوزيع التراكمية أنها غير تناقصية. أثبت ذلك .
- ب- إذا كانت دالة الكثافة للمتغير العشوائي X على الصورة التالية
- $$f(x) = \frac{2(1+x)}{c} \quad 2 \leq x \leq 5$$
- ١- أحسب قيمة الثابت c .
 ٢- أحسب $P(X < 4)$, $P(3 < X < 4)$
 ٣- أوجد دالة التوزيع $F(x)$ واستخدمها لحساب الاحتمال $P(3 \leq X \leq 4)$.

السؤال الرابع :

- أ- أوجد الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي X الذي يتبع توزيع ذي الحدين ومنها أثبت أن
- $$E(X) = np \quad \text{و} \quad V(X) = npq$$
- ب- إذا كانت الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي X هي $M_X(t) = \frac{e^t}{t} - \frac{1}{t}$ حيث $t > 0$ فأوجد:
- ١- توقع وتباين المتغير X .
 ٢- الدالة المولدة للعزوم للمتغير $Y = 3 + 4X$
- ج- إذا كانت حوادث اصطدام الطرق في إحدى المناطق تقع بمعدل حادث واحد لكل يومين ،
- ١- أحسب احتمال أن يقع ثلاثة حوادث في الأسبوع.
 ٢- كم يوماً في الأسبوع تتوقع أن يمر بدون حوادث اصطدام (علل حسابياً)