

استعن بالله وأجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول:

أ- تجربة عشوائية تتمثل في رمي قطعة نقود حتى الحصول على صورة (H) ثلاث مرات أو الحصول على كتابة (T) مرتين. أكتب فضاء العينة لهذه التجربة العشوائية.

ب- إذا كان لديك 9 أصدقاء وأردت دعوة 5 منهم لزيارتك. بكم طريقة مختلفة يمكنك:

① اختيار هؤلاء الخمسة ؟ .

② اختيار هؤلاء الخمسة إذا كان اثنان منهم لا يجتمعاً معاً ؟ .

ج- إذا كان فضاء العينة  $\Omega$  هو  $0 < x < 12$  وكانت الحوادث A , B معرفة كالتالي

$A = \{ X / 1 < x < 9 \}$  ,  $B = \{ X / 0 < x < 5 \}$  فأوجد :

$A \cap B$  ,  $A \cup B$  ,  $A \setminus B$

السؤال الثاني:

أ- ثلاث صناديق يحتوي الأول على 4 كرات سوداء و كرة بيضاء ويحتوي الثاني على 3 كرات سوداء و 5 كرات بيضاء بينما يحتوي الثالث على كرتين سوداء و كرتين بيضاء. نختار أحد الصناديق بالطريقة التالية: نرمي قطعة نقود فإذا كانت النتيجة H نختار الصندوق الأول ، أما إذا كانت النتيجة T فرمي زهرة نرد ونختار الصندوق الثاني إذا كان الرقم الناتج أقل من 3 وفيما عدا ذلك نختار الصندوق الثالث. يتم بعد ذلك سحب كرة عشوائياً من الصندوق المختار، المطلوب:

① أحسب احتمال أن الكرة المسحوبة بيضاء.

② إذا كانت الكرة المسحوبة بيضاء ، فما هو احتمال أنها اختيرت من الصندوق الثاني ؟

③ إذا كانت الكرة المسحوبة سوداء ، فما هو احتمال أنها لم تختار من الصندوق الثاني ؟

ب- عرف دالة التوزيع التراكمية للمتغير العشوائي المنفصل وكذلك للمتصل مع ذكر خصائصها.

ج- ليكن X متغيراً عشوائياً دالة توزيعه التراكمية على الصورة التالية:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.5 & 0 \leq x < 1 \\ 0.6 & 1 \leq x < 2 \\ 0.8 & 2 \leq x < 3 \\ 0.9 & 3 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

① حدد نوع المتغير العشوائي X.

② أوجد دالة التوزيع الاحتمالية للمتغير X .

③ احسب الاحتمالات التالية عن طريق دالة التوزيع مباشرة

$$P(X < 2) , P(0 < X < 3) , P(X \geq 3)$$

السؤال الثالث:

أ- إذا كان  $E(X)=2$  و  $Var(X)=5$  فأوجد

$$E(2 + X)^2 \quad \text{①}$$

$$Var(2+X) \quad \text{②}$$

ب- إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع بواسون بمعلمة  $\lambda$ .

- 1 أوجد الدالة المولدة للعزوم لهذا المتغير .
- 2 أثبت أن توقع وتباين المتغير  $X$  تساوي  $\lambda$  .
- 3 أحسب متوسط المتغير  $X$  إذا كان  $P(X=0)=P(X=1)$  .

ج-إذا كانت الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي  $X$  هي:  $M_X(t) = \frac{e^t - 1}{t}$  حيث  $t > 0$  فأوجد :

- 1 توقع وتباين المتغير  $X$  .
- 2 الدالة المولدة للعزوم للمتغير  $Y=3+4X$  .

#### السؤال الرابع :

أ- صندوق يحتوي 4 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء. تسحب عشوائياً عينة حجمها 4 كرات من ذلك الصندوق بدون إرجاع فإذا احتوت العينة المسحوبة على كرتين بيضاء و كرتين سوداء تتوقف عملية السحب أما خلاف ذلك فتعاد الكرات المسحوبة و تستمر العملية حتى نحصل على العينة التي تحوي كرتين بيضاء و كرتين سوداء. ماهو احتمال أن هذه العملية ستستمر لعدد  $n$  من المرات ؟

[ تنبيه: يعتبر الحصول على كرتين بيضاء و كرتين سوداء هو النجاح المطلوب في التجربة ] .

ب- شخص يرمي ثلاث قطع نقود متزنة معاً. المطلوب:

- 1 ماهو احتمال الحصول على 3 صور أو 3 كتابة؟
  - 2 ماهو احتمال الحصول على 3 صور أو 3 كتابة للمرة الأولى في الرمية الخامسة؟
  - 3 إذا كرر رمي قطع النقود 10 مرات فما هو احتمال الحصول على 3 صور أو 3 كتابة مرتين فقط؟
- ج- إذا كان عدد حوادث المرور في إحدى المناطق يتبع توزيع بواسون وكانت الحوادث تقع بمعدل حادث واحد لكل يومين،

- 1 ما هو احتمال أن لا يقع أي حادث خلال يومين ؟
- 2 ما هو احتمال أن يقع 3 حوادث في أسبوع؟
- 3 كم يوماً في الأسبوع تتوقع أن يمر بدون حوادث مرور (علل حسابياً )

مع أطيب تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح

أستاذ المادة / د. عبدالرحمن الرزیزاء