

السؤال الأول:

أ- في تجربة عشوائية تتمثل في رمي قطعة نقود فإذا حصلنا على صورة (H) نقوم برمي القطعة مرة ثانية ، أما إذا حصلنا على كتابة (T) فنرمي زهرة نرد. أكتب فضاء العينة لهذه التجربة العشوائية.
ب- ثلاثة من طلاب كلية العلوم منهم اثنان اخوان التقوا مع خمسة من طلاب كلية الحاسب منهم اثنان اخوان واتفقوا على ان ينقسموا الى مجموعتين كل مجموعة تتكون من أربعة أفراد وذلك لغرض إجراء مسابقة ثقافية بينهم. وحتى لا يكون هناك تحيز اتفقوا على ان يتم التقسيم عن طريق إجراء قرعة والمطلوب حساب احتمالات ان احد المجموعات ستتكون من الأفراد التاليين:

- ① طلاب كلية الحاسب فقط.
- ② طالبين من كلية الحاسب وطالبين من كلية العلوم .
- ③ الأخوان من كلية الحاسب و الأخوان من كلية العلوم .

④ إذا كانت القرعة تشترط ان يكون في احد المجموعات طالبين من الحاسب و طالبين من العلوم فما هو احتمال ان يكون الأخوان من كلية الحاسب و الأخوان من كلية العلوم في هذه المجموعة ؟

السؤال الثاني:

أ- الجهاز المبين في الشكل المقابل يعمل بشكل سليم إذا عملت أي من الوحدات A أو B مع أي من الوحدات C أو D . إذا كانت الوحدات تعمل مستقلة عن بعض واحتمال عمل أي منها هو :

$$P(A) = P(B) = 0.8 \quad \& \quad P(C) = P(D) = 0.9$$

احسب احتمال أن الجهاز سيعمل بشكل سليم.

ب- أظهر تصنيف لطلبة إحدى الكليات أن 40% منهم من أهالي الرياض ، 80% منهم يتناولون وجبة الغداء بانتظام في مطعم الجامعة ، 30% منهم من أهالي الرياض و يتناولون وجبة الغداء بانتظام في مطعم الجامعة.
المطلوب :-

- ① احسب النسبة المئوية للطلبة من غير أهالي الرياض ولا يتناولون وجبة الغداء بانتظام في مطعم الجامعة.
- ② من بين الطلبة من أهالي الرياض ماهي نسبة الطلاب الذين يتناولون وجبة الغداء بانتظام في الجامعة ؟
- ③ من بين الطلاب الذين لا يتناولون وجبة الغداء بانتظام في مطعم الجامعة ماهي نسبة الطلاب من أهالي الرياض ؟

السؤال الثالث:

أ- ① إذا كانت الحادثنان A و B مستقلتين فأثبت أن الحادثنين A و B مستقلتين أيضاً.
② كذلك أثبت أنه إذا كانتا مستقلتين وكانت A محتواة في B فإنه إما أن يكون $P(A)=0$ أو $P(B)=1$.
ب- ليكن X متغير عشوائي دالة كثافته الاحتمالية على الصورة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 < x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \end{cases}$$

- ① أوجد قيمة الثابت c .
- ② أوجد توقع المتغير X .
- ③ أوجد دالة التوزيع التراكمية للمتغير X .
- ④ احسب قيمة $P(0.5 < X < 1.5)$.

ج-إذا علمت أن X متغير عشوائي دالة كتلته الاحتمالية هي:

$$f(x) = \frac{e^{-1}}{x(x-1)!} \quad x = 0,1,2,3,\dots$$

حدد توزيع المتغير X واستنتج قيمة $E(X)$ و $Var(X)$ وأوجد الدالة المولدة لعزوم X ثم احسب قيمة

$$Var(4+3X)$$

السؤال الرابع :

أ- صندوق يحتوي 4 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء. تسحب عشوائياً عينة حجمها 4 كرات من ذلك الصندوق بدون إرجاع فإذا احتوت العينة المسحوبة على كرتين بيضاء و كرتين سوداء تتوقف عملية السحب أما خلاف ذلك فتعاد الكرات المسحوبة و تستمر العملية حتى نحصل على العينة التي تحوي كرتين بيضاء و كرتين سوداء. ماهو احتمال أن هذه العملية ستستمر لعدد n من المرات ؟

[تنبيه: يعتبر الحصول على كرتين بيضاء و كرتين سوداء هو النجاح المطلوب في التجربة] .

ب- شخص يرمي ثلاث قطع نقود معاً. المطلوب:

① ماهو احتمال الحصول على 3 صور أو 3 كتابة ؟.

② ماهو احتمال الحصول على 3 صور أو 3 كتابة للمرة الثانية في الرمية الخامسة ؟.

ج- إذا كان معدل عدد الفئران الموجودة في حقل مساحته دونم واحد يقدر بـ 3 فئران ، فماهو احتمال وجود أقل من فأرين في :

① حقل مساحته دونم واحد؟. ② حقلين من بين 3 حقول يتم فحصها (أي في كل حقل أقل من فأرين)؟

السؤال الخامس :

أ- إذا كانت العلاقة بين الدخل X والاستهلاك Y لأسر مدينة ما هي $Y=0.75X+20$ وكان الدخل يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط 3000 ريال وانحراف معياري 600 ريال ، اخترنا عشوائياً أسرة فما احتمال أن يزيد دخلها عن 3900 ريال ، وما احتمال أن يقل استهلاكها عن 2490.5 ريال ؟

ب- إذا علمت ان X متغير عشوائي له الدالة المولدة للعزوم التالية : $M_X(t) = e^{t(1+2t)}$ والمطلوب :

① ما هو توزيع X وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه؟

② ما هو توزيع $Y=2X-1$ وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه؟

③ احسب قيمة الاحتمالات التالية:

$$P(X \geq 6), P(-3 < X < 4), P(Y > 10), P(Y < 10), P(1 < Y \leq 9)$$

ج- بفرض أن X متغير عشوائي يمثل الزمن الذي تستغرقه محادثة هاتفية دالة كثافته هي:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{10}}}{10} \quad x \geq 0$$

والمطلوب :

① اكتب بدون برهان الدالة المولدة لعزوم المتغير X .

② أوجد دالة التوزيع للمتغير X .

③ احسب احتمال أن المحادثة تستغرق ما بين 5 الى 10 دقائق .

④ إذا تجاوزت المحادثة 5 دقائق فما هو احتمال انها ستستمر 10 دقائق أخرى؟