

جامعة الملك سعود  
كلية العلوم  
قسم الإحصاء و بحوث العمليات  
الإمتحان النهائي لمقرر  
مبادئ نظرية التوزيع  
١١١ إحص  
الفصل الدراسي الأول ١٤١٧-١٤١٨ هـ

استعن بالله وأجب عن جميع الأسئلة التالية

**السؤال الأول :**

[ ١٤ درجة ]

- أ- من بين ٦ من أعضاء اللجنة لثقافية بكلية العلوم ، كم عدد الطرق الممكنة التي يتم بها اختيار رئيس ، نائب رئيس و سكرتير للإشراف على نشاط اللجنة ؟
- ب- مصنع ينتج نوع معين من السيارات بستة ألوان مختلفة . إذا كان لدى المصنع ٣ مواصفات إضافية ( فتحة سقف , مساحات خلفية و أنوار ضباب ) يمكن تزويد السيارة بها حسب رغبة الزبون . كم عدد السيارات المختلفة المواصفات والألوان التي يمكن طلبها من المصنع ؟
- ج- من سجلات النشاط الرياضي في الجامعة اتضح أن الكلية A تقابلت مع الكلية B في ١٨ مباراة . فازت الكلية A في ٨ مباريات بينما فازت الكلية B في ٦ مباريات وتعادلت للكلية في باقي المباريات . إذا كان نظام البطولة الحالية يتيح للكلية A أن تلعب ٣ مباريات مستقلة مع الكلية B ، فأوجد بناءً على المعلومات السابقة احتمال أن :

- ١ الكلية A ستفوز بكل المباريات الثلاث.
- ٢ مباراتان ستنتهي بالتعادل.
- ٣ الكليتان تفوزان بالتبادل (أي أن الكلية التي تفوز في مباراة تخسر المباراة التي تليها مباشرة).
- ٤ الكلية A ستفوز في مباراة واحدة على الأقل.

**السؤال الثاني :**

[ ١٤ درجة ]

- أ- إذا كان احتمال أن يدرس طالب مقرر رياضيات هو ٠,٤ ، واحتمال أن يدرس مقرر إحصاء هو ٠,٥ ، واحتمال أن يدرس مقرر الرياضيات إذا علم أنه يدرس مقرر الإحصاء هو ٠,٧ ، فما هو احتمال:
- ١ أن يدرس أحد المقررين على الأقل ؟
  - ٢ أن يدرس الإحصاء ولا يدرس الرياضيات ؟
- ب- إذا كانت A , B حادثتين و كانت A محتواة في B فأثبت أن :

$$P(A) \leq P(B)$$

كذلك أثبت أنه إذا كانتا مستقلتين و كانت A محتواة في B فإنه إما أن يكون

$$P(A)=0 \quad \text{أو} \quad P(B)=1$$

- ج- إذا كان هناك ٣ شعب لمقرر ١١١ إحص أرقامها ١ , ٢ , ٣ في كل منها ٢٠ طالباً . إذا كانت الشعبة رقم R تحتوي على 4R من طلاب كلية الحاسب . تم اختيار شعبة عشوائياً وتم اختيار طالب منها عشوائياً . المطلوب : إذا كان الطالب الذي تم اختياره من طلاب كلية الحاسب فما هو احتمال
- ١ أن يكون من الشعبة رقم ٢ ؟
  - ٢ أن لا يكون من الشعبة رقم ٣ ؟

**السؤال الثالث :**

[ ١٤ درجة ]

- أ- لدينا ٣ نماذج امتحان هي A , B , C بحيث كان هناك ٥ نسخ من النموذج A و ٤ نسخ من النموذج B و ٣ نسخ من النموذج C . تقدم ٣ طلاب للامتحان فسخبنا عشوائياً عينة من ٣ نسخ من بين جميع النسخ. إذا كان المتغير العشوائي X يمثل عدد النماذج المختلفة الموجودة في العينة ، فأوجد :
- ١ التوزيع الاحتمالي للمتغير X .
  - ٢ دالة التوزيع التراكمية للمتغير X .
  - ٣ احتمال أن يكون في عينة أكثر من نموذج واحد .

ب- إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير  $X$  على الصورة التالية :

$$f(x) = 3c \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

١ احسب قيمة الثابت  $c$  .

٢ أوجد دالة التوزيع التراكمية  $F(x)$  ثم احسب قيمة الاحتمال  $P(X \leq 12)$  .

ج- إذا كانت دالة التوزيع التراكمية  $F(x)$  للمتغير العشوائي  $X$  على الصورة التالية :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x}{2} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{cx}{2} & 2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

١ حدد نوع المتغير العشوائي  $X$  .

٢ احسب قيمة الثابت  $c$  .

٣ أوجد مباشرة باستخدام دالة التوزيع احتمالات الحوادث التالية :

$$\{1 < X < 2\}, \{X > 1.5\}, \{0.5 < X < 2.5\}$$

٤ أوجد  $V(X), E(X)$

[ ١٤ درجة ]

**السؤال الرابع :**

أ- أجب عن احدى الفقرتين فقط

١ أثبت أنه يمكن تقريب التوزيع الثنائي بتوزيع بواسون عندما تكون  $n$  كبيرة و  $p$  صغيرة بأي طريقة تشاء .

٢ أوجد الدالة المولدة لعزوم التوزيع الثنائي بالمعالم  $n, p$  ثم أثبت أنها أن التوقع والتباين هما  $npq, npq$  .

ب- إذا كانت الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي  $X$  الذي يتبع التوزيع الطبيعي  $(\mu, \sigma^2) \sim N$  هي

$$M_X(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$$

فأثبت أن المتغير  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  يتبع التوزيع  $N(0, 1)$

$$M_Y(t) = e^{t+2t^2}$$

ج- ماهو توزيع المتغير العشوائي  $Y$  الذي له الدالة المولدة للعزوم

ثم احسب  $E(Y), V(Y), V(2Y+1)$

د- إذا كانت درجات الطلاب في مقرر ١١١ إحص تتبع توزيعاً طبيعياً ، وإذا علم أن 10% راسبون (أي

درجاتهم أقل من ٦٠) وأن 5% حاصلون على تقدير ممتاز (أي درجاتهم أكبر من أو تساوي ٩٠) فاحسب

متوسط درجات الطلاب والانحراف المعياري لها . [ استخدم بعض هذه المعطيات :

$$[Z_{0.05} = -1.645, Z_{0.1} = -1.28, Z_{0.9} = 1.28, Z_{0.95} = 1.645]$$

[ ١٤ درجة ]

**السؤال الخامس :**

أ- يقوم عامل بتعبئة انتاج مصنع للمصابيح الكهربائية في صناديق سعة الواحد منها ١٠ مصابيح . بفرض أن

نسبة المصابيح السليمة هي 90% . المطلوب :

١ إذا ملأ العامل أحد الصناديق بدون فحص فما هو احتمال أن نجد فيه مصباحين تالفين ؟

٢ إذا قرر العامل فحص المصابيح قبل تعبئتها في الصندوق كي يبعد المصابيح التالفة فما هو احتمال أن يبعد

لأول مرة المصباح الرابع ؟

٣ ماهو احتمال أن يتم تعبئة الصندوق عند اكتمال فحصه ١٢ مصباح ؟

ب- بفرض أن الفترة الزمنية ( مقدر بالسنين ) بين شراء جهاز كهربائي وبين إرساله إلى التصليح تتبع التوزيع

$$f(x) = e^{-x} \quad x > 0$$

١ ما اسم هذا التوزيع ؟ حدد قيم معالمه .

٢ أوجد  $M_X(t)$  .

٣ احسب  $F(x)$  ومنها احسب احتمال أن الجهاز سيعمل سنتين على الأقل بدون أعطال .

٤ احسب الاحتمال  $p(X > 5 / X > 3)$  .