

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الإحصاء و بحوث العمليات
الإمتحان النهائي لمقرر
مبادئ نظرية التوزيع
١١١ إحص
الفصل الدراسي الثاني ١٤١٦-١٤١٧ هـ

استعن بالله وأجب عن جميع الأسئلة التالية

السؤال الأول :

[٢٠ درجة]

أ- اكتب فضاء العينة لفوز اثنين من بين ثلاثة متسابقين A , B , C بالمركزين الأول و الثاني.
ب- فصل يتضمن ١٥ طالبا منهم ٨ من المستوى الأول و ٧ من المستوى الثاني. بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٣ طلاب بحيث :

- ١ تتضمن واحدا من المستوى الثاني ؟
 - ٢ تتضمن واحدا على الأقل من المستوى الثاني ؟
- ج- ثلاثة من طلاب كلية العلوم منهم اثنان اخوان التقوا مع خمسة من طلاب كلية الحاسب منهم اثنان اخوان واتفقوا على ان ينقسموا الى مجموعتين كل مجموعة تتكون من أربعة أفراد وذلك لغرض اجراء مسابقة ثقافية بينهم. وحتى لا يكون هناك تحيز اتفقوا على ان يتم التقسيم عن طريق اجراء قرعة والمطلوب حساب احتمالات ان احد المجموعات ستتكون من الأفراد التاليين:
- ١ طلاب كلية الحاسب فقط.
 - ٢ طالبين من كلية الحاسب وطالبين من كلية العلوم .
 - ٣ الأخوان من كلية الحاسب و الأخوان من كلية العلوم .
 - ٤ اذا كانت القرعة تشترط ان يكون في احد المجموعات طالبين من الحاسب و طالبين من العلوم فما هو احتمال ان يكون الأخوان من كلية الحاسب و الأخوان من كلية العلوم في هذه المجموعة ؟

السؤال الثاني :

[٢٠ درجة]

- ١- اذا كانت A , B حادثتين متنافيتين وكانت $P(A)=0.3$, $P(B)=0.45$ فاحسب الاحتمالات التالية :
 $P(\bar{A} \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cup \bar{B})$, $P(A \cup B)$.
- ٢- اذا كانت $P(A \cap \bar{B})=0.2$, $P(\bar{B})=0.7$ فاحسب احتمال $P(A \cup B)$.
- ٣- اذا كانت A , B حادثتين مستقلتين وكانت $P(A)=0.4$, $P(B)=0.6$ فاحسب احتمال $P(B)$.

ب- يقوم مصنع بتنفيذ دورات تدريبية لمعظم عماله الجدد ونعلم من سجلات المصنع ان ٣٥% من بين العمال الجدد الذين لم يتلقوا الدورة التدريبية يحسنون اداء عملهم بينما ترتفع هذه النسبة الى ٨٦% بين العمال الجدد الذين تلقوا الدورة التدريبية . اذا علمت ان ٨٠% من العمال الجدد في المصنع تلقوا دورة تدريبية فما هو احتمال ان عاملا اخترناه عشوائيا من بين العمال الجدد سيحسن اداء عمله ؟

ج- احتمال ان يشترك مقاول A في مناقصة لبناء مجمع سكني هو ٠,٥ . اشترك المقاول B في المناقصة واحتمال ان يفوز بالعقد هو ٠,٦ في غياب المقاول A ويصبح ٠,٢ فقط عند اشتراك المقاول A في المناقصة. اذا علمت ان المقاول B قد فاز بالعقد فما هو احتمال ان المقاول A لم يشترك في المناقصة ؟

السؤال الثالث :

[٢٠ درجة]

- أ- اعلنت وزارة الصحة عن توفر ٣ بعثات لدراسة طب الأطفال فتقدم لها ٦ رجال و ٤ نساء وعند الإختيار وجد أنهم جميعا متساوون في المؤهل و الخبرة فتقرر اتباع طريقة الاختيار العشوائي. أوجد :
١ التوزيع الإحتمالي لعدد النساء المختارات .
٢ احتمال اختيار امرأة واحدة على الأقل .
٣ احتمال اختيار امرأة واحدة على الأكثر .
- ب- اذا علمت ان X متغير عشوائي متقطع وأن $f(a) = P(X = a) = P(X \leq a) - P(X < a)$ اكتب الحوادث التي احتمالاتها تكون على الصورة :
١ $F(b)-F(a)+f(a)$ ٢ $1-F(a)$ ٣ $F(b)-F(a)-f(b)+f(a)$ ٤ $F(b)-F(a)-f(b)$

ج- متغير عشوائي متقطع له دالة التوزيع التالية :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -2 \\ 0.2 & -2 \leq x < 2 \\ 0.5 & 2 \leq x < 3 \\ c & 3 \leq x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

أوجد قيمة الثابت c اذا علمت ان $f(5)=0.2$ ثم اوجد مباشرة باستخدام دالة التوزيع احتمالات الحوادث التالية :
 $\{X \geq -2\}$, $\{3 \leq X < 5\}$, $\{0.5 < X \leq 3\}$, $\{X = 2\}$, $\{X = 4\}$:

[٢٠ درجة]

السؤال الرابع :

أ- القيت زهرتي نرد مترنيتين عددا من المرات فما احتمال الحصول على مجموع قدره ٥ أو ٦ في كل من الحالات التالية :

① لأول مرة في الرمية الثالثة ؟ ② ثلاث مرات خلال ٦ رميات ؟ ③ للمرة الثالثة في الرمية الخامسة ؟
 ب- اذا كان احتمال طباعة كلمة بشكل خاطئ هو ٠,٠٠٥ فما هو احتمال طباعة ٥ كلمات بشكل خاطئ على الأكثر في مقالة بها ١٠٠٠ كلمة ؟

ج- اذا كان متوسط اعمار المصابيح التي ينتجها أحد المصانع هو ١٥٠٠ ساعة . فما هو احتمال :

① ان يعيش أحد المصابيح أكثر من ٣٠٠٠ ساعة ؟ ② ان يحترق أحد المصابيح خلال ١٥٠ ساعة ؟
 ③ ان يعيش أحد المصابيح أكثر من ٥٠٠٠ ساعة علما انه قد عمل أكثر من ٢٠٠٠ ساعة ؟

[٢٠ درجة]

السؤال الخامس :

أ- اذا كان X متغير عشوائي يتبع التوزيع الأسي بمتوسط $1/\lambda$ فأثبت أن :

$$P[X > t+s | X > t] = P[X > s] \quad \text{حيث } s, t \text{ أي قيم موجبة .}$$

ب- أثبت ان الدالة المولدة للعزوم للمتغير المنتظم X في الفترة $[a, b]$ هي :

$$M_X(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t} \quad \text{ومنها احسب التوقع و التباين لهذا المتغير .}$$

ج- اذا كانت الدالة المولدة للعزوم للمتغير Y هي : $M_Y(t) = \frac{e^t - 1}{t}$ فاحسب :

① $E(Y)$, $V(Y)$ والإحتمالات $P(Y > 0.5)$, $P(0.25 \leq Y \leq 0.5)$
 ② احسب الدالة المولدة للعزوم للمتغير $Z=Y-2$ مستخدما خواص الدالة المولدة للعزوم واستنتج توزيع المتغير Z .

[٢٠ درجة]

السؤال السادس :

أ- اكتب بدون برهان الدالة المولدة للعزوم للمتغير العشوائي X الذي يتبع التوزيع الطبيعي $X \sim N(5,4)$.

ب- متغير عشوائي X له الدالة المولدة للعزوم التالية : $M_X(t) = e^{8t^2}$ والمطلوب :

① ماهو توزيع X وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه ؟

② ماهو توزيع $Y=X+5$ وما قيمة توقعه الرياضي وتباينه ؟

③ احسب الإحتمالات التالية : $P(X > 6)$, $P(-3 \leq X \leq 4)$

$P(1 \leq Y \leq 9)$, $P(Y > 10)$, $P(Y < 10)$

ج- اذا كانت درجات اختبار الذكاء تتوزع طبيعيا بمتوسط يساوي ١٠٠ وانحراف معياري يساوي ١٥ فما نسبة الناس ذوي درجة ذكاء :

① فوق ١٢٥ ؟ ② تحت ٨٠ ؟ ③ بين ٧٠ و ١٣٠ ؟