

السؤال الأول:

- أ - عند رمي قطعة نقود وحجر نرد معاً. أسرد فضاء العينة لهذه التجربة العشوائية.
ب - في احد الفصول يوجد ثمانية طلاب. كم لجنة مكونة من ثلاثة طلاب يمكن تكوينها من هذا الفصل؟
ج - لنفرض ان عدد الذكور يساوي عدد الإناث في احدى المدن، وأن 5% من الإناث و 25% من الذكور مصابون بمرض معين. اخترنا أحد السكان عشوائياً فوجد مصاباً.
① احسب احتمال أن يكون انثى؟
② احسب الاحتمال السابق بفرض عدد الذكور يساوي ضعف عدد الإناث .
د - صندوق يحتوي كرة حمراء ، وكرتين زرقاء وثلاث كرات خضراء ، سحبت عشوائياً مجموعة من 3 كرات بدون ارجاع . ماهو احتمال أن :
① تكون الكرات الثلاث من نفس اللون ؟ ② تحوي المجموعة على كرتين من نفس اللون ؟
③ احسب قيمة الاحتمالين السابقين إذا تم السحب بإرجاع .

السؤال الثاني :

أ- إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير X على الصورة التالية :

$$f(x) = 3c \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad x = 0,1,2,3,\dots$$

- ① احسب قيمة الثابت c .
② أوجد دالة التوزيع التراكمية $F(x)$ ثم احسب قيمة الاحتمال $P(X \leq 12)$.
ب- إذا كانت دالة التوزيع التراكمية $F(x)$ للمتغير العشوائي المتصل X على الصورة التالية :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x}{2} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ cx & 2 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

- ① احسب قيمة الثابت c .
② احسب احتمالات الحوادث التالية :

- ج - ① إذا كانت الحادثتان A و B مستقلتين فأثبت أن الحادثتين A و B مستقلتين ايضاً.
② كذلك أثبت أنه إذا كانتا مستقلتين وكانت A محتواة في B فإنه
إما أن يكون $P(A)=0$ أو $P(B)=1$.

السؤال الثالث:

أ- ليكن X متغير عشوائي دالة كثافته الاحتمالية على الصورة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} cx & 0 < x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \\ 0 & \end{cases}$$

- ① أوجد قيمة الثابت c .
 ② أوجد توقع وتباين المتغير X .
 ③ أوجد دالة التوزيع التراكمية للمتغير X .
 ④ احسب قيمة $P(0.5 < X < 1.5)$.
 ب- إذا علمت أن X متغير عشوائي دالة كتلته الاحتمالية هي:

$$f(x) = \frac{e^{-1}}{x(x-1)!} \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

حدد توزيع المتغير X واستنتج قيمة $E(X)$ و $Var(X)$ وأوجد الدالة المولدة لعزوم X ثم احسب قيمة $Var(4+3X)$

ج - إذا كان عدد الفئران الموجودة في حقل مساحته دونم واحد هو متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 فئران ، فما هو احتمال وجود أقل من فأرين في :
 ① حقل مساحته دونم واحد؟

② حقلين من بين 3 حقول يتم فحصها (أي في كل حقل أقل من فأرين)؟

السؤال الرابع :

أ- يقوم عامل بتعبئة إنتاج مصنع للمصابيح الكهربائية في صناديق سعة الواحد منها 10 مصابيح . بفرض أن نسبة المصابيح السليمة هي 90% . ما هو احتمال أن يتم تعبئة الصندوق عند اكتمال فحصه 12 مصباح ؟

ب- أثبت ان الدالة المولدة للعزوم للمتغير المنتظم X في الفترة $[a, b]$ هي :

$$M_X(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t} \quad \text{ومنها احسب التوقع و التباين لهذا المتغير .}$$

ج- بفرض أن الفترة الزمنية (مقدرة بالسنيين) بين شراء جهاز كهربائي وبين إرساله إلى التصليح تتبع للتوزيع :

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x}{10}}}{10} \quad x > 0$$

- ① ما اسم هذا التوزيع ؟ حدد قيم معالمه .
 ② أوجد $M_X(t)$.
 ③ أحسب $F(x)$ ومنها أحسب احتمال أن الجهاز سيعمل سنتين على الأقل بدون أعطال .
 ④ أحسب الاحتمال $p(X > 5 / X > 3)$.

تمت الأسئلة

مع أطيب تمنياتي للجميع بالتوفيق و النجاح
 أستاذ المادة / د. عبدالرحمن الرزياء