التمرين العملي الثاني
القوى وعلاقتها بخواص المائع
- - - - - - - - - - - - - - - - -

مسائل محلولة
- - - - - -

١ ـ أ. احسب مقدار ارتفاع الماء في أنبوب شعري قطره 3 مم . علماً بأن المـاء عنـد درجة حرارة تساوي 15^{o} م.

ب. أحسب مقدار الإنخفاض في الأنبوب السابق إذا كان المائع هو الزئبق.

الحل

a. h = ? d = 3 mm $T_{water} = 15^{o}\ c$

الحل

$$h = \frac{4\ \sigma \cos\theta}{\gamma\ d} \qquad \theta = 0 \ \text{(water)}$$

$$h = \frac{4\ \sigma}{\gamma\ d}$$

من جدول رقم (١) الخاص بخواص الماء نعين قيمة الشد السطحيσ والـوزن النوعي γ عند درجة ١٥ درجة مئوية.

$$\text{at } T = 15^{o}c \qquad \sigma = 7.41\times10^{-2}\ \ N/M$$

$$\gamma = 9798\ \ N/m^{3}$$

$$h = \frac{4\ \sigma}{\gamma\ d} = \frac{4\times7.41\times10^{-2}\times1}{9798\times0.003} = 0.010\ m = 10\ mm$$

b. h = ? to Liquid = Mercury (زئبق)

to Mercury $\theta = 140^{o}$

to Mercury at $T = 20^{o}c$ $\sigma = 0.514\ \ N/M$

$$\gamma = 13.56\times9810\ \ N/m^{3}$$

$$h = \frac{4\ \sigma\cos\theta}{\gamma\ d} = \frac{4\times0.514\times\cos\ 140}{13.56\times9810\times0.003} = -\ 0.0013\ m = -1.3\ mm$$

أي ان هناك انخفاض مقداره ١,٣ مم بينما كان مقدار أرتفاع الماء في نفس الأنبـوب الشعري ١٠ مم . وهذا يعني ان ارتفاع الماء أكبر مـن انخفـاض الزئبـق لـنفس الأنبوب.

ملحوظة: تأثيـر خاصية الأنابيب الشعرية لايظهر الا اذا كان قطر الأنبوب أقـل من ١٠ مم.

٢ - أوجد مقدار التغير الناشئ في حجم من الماء قدره 1 م٣ عند درجة حـرارة 25^{o} م إذا زاد الضغط عليه بمقدار 20 بار.

الحل

Water $\forall_1 = 1\ m3$ $T = 25^{o}\ c$ $\Delta\forall = ?$ $\Delta P = 20\ bar$

$$E = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta\forall}{\forall_1}}$$

من جدول رقم (١) الخاص بخواص الماء نعين قيمة معامل المرونة الحجمـي E عند درجة ٢٥ درجة مئوية.

$$E = 222 \times 10^7\ \ N/m^2$$

$$\Delta P = 20\ bar = 20 \times 10^5\ Pa$$

$$\because E = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta\forall}{\forall_1}} \qquad \therefore \Delta\forall = \frac{\Delta P}{E} \times \forall_1$$

$$\therefore \Delta\forall = \frac{20 \times 10^5}{222 \times 10^7} \times 1 = 9 \times 10^{-4}\ m^3$$

٣ - إذا كـان حجـم سائل 1.5 م٣ عند ضغط 10 بار ، 1.45 م٣ عند ضغـط 50 بار. فما هو حجم السائل عند ضغط 100 بار اذا علمت ان درجة الحرارة ثابتة.

الحل

Water: $\forall_1 = 1.5\ m^3$ at $P = 10\ bar$, $\forall_2 = 1.45\ m^3$ at $P = 50\ bar$
$\forall_3 = ?\ m^3$ at $P = 100\ bar$

الحل

التغير في الحجم من الحالة ١ إلى الحالة ٢ :

$$d\forall = \forall_2 - \forall_1 = 1.50 - 1.45 = -0.05\ m^3$$

التغير في الضغط من الحالة ١ إلى الحالة ٢ :

$$dP = P_2 - P_1 = 50 - 10 = 40\ bar$$

$$E = \frac{dP}{\frac{d\forall}{\forall_1}} = \frac{40 \times 10^5}{\frac{0.05}{1.5}} = 1.2 \times 10^8\ pa$$

ومعامل المرونة الحجمي خاصية ثابتة للسائل لاتتغير بتغير الضغط الواقع عليه.

التغير في الضغط من الحالة ٢ إلى الحالة ٣ :

$$dP = P_3 - P_2 = 100 - 50 = 50\ bar$$

اذاً التغير في الحجم من الحالة ١ إلى الحالة ٢ :

$$d\forall = \frac{dP}{E} \times \forall_2 = \frac{50}{1.2 \times 10^8} \times 1.45 = 0.0604 m^3$$

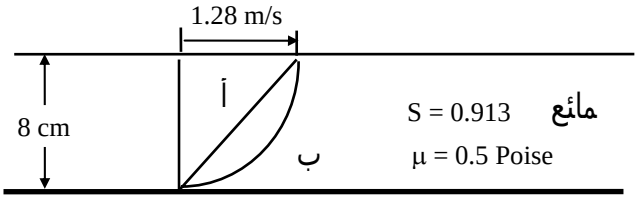
$$\therefore \forall 3 = 1.386\ m^3$$

٤ - من الشكل أدناه ، أحسب منحدر السرعة وشدة اجهاد القص عند الجدار وعند النقطة التي تبعد 20 ، 40 ، 60 مم فوقه بفرض أن :

(أ) توزيع السرعة خطي.

(ب) توزيع السرعة يتبع المعادلة التالية $V_{(y)} = V_o - 200\,(B-y)^2$.

حيث : B هي عمق المائع. Vo أقصى سرعة للمائع (عند السطح)



الحل

$S = 0.913$, $\mu = 0.5$ Poise , $Vo = Vmax = 1.28$ m/s , $B = y = 8$ cm

$\frac{dv}{dy} = ?$, $\tau = ? \rightarrow$ at y = 0 , 20 , 40 , 60 mm

$$\mu = 0.5\ \text{Poise} = 0.5\ \text{Poise} \times \frac{1\ \text{Pa.s}}{10\ \text{Poise}} = 0.05\ \text{Pa.s}$$

(أ) في حالة توزيع السرعة خطياً:

$$\therefore \frac{dv}{dy} = \text{const} = \frac{V}{y} = \frac{1.28}{0.08} = 16\ \text{sec}^{-1}$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy} = 0.05 \times 16 = 0.8\ \text{Pa}$$

(ب) في حالة توزيع السرعة يأخذ شكل قطع مكافئ ويتبع المعادلة:

$$V = V_o - 200\,(B-y)^2$$

وبالتعويض عن قيمة V_o و B

$$V = 1.28 - 200\,(0.08-y)^2$$

وباجراء التفاضل يمكن ايجاد معدل انفعال القص:

$$\frac{dv}{dy} = 0 + 200 \times 2 \times (0.08-y) = 400(0.08-y)$$

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy} = 0.05 \times \frac{dv}{dy}$$

ونستطيع تدوين نتائج الحل في الجدول التالي:

y (m)	V (m/s)	$\frac{dv}{dy}\ \left(\text{sec}^{-1}\right)$	τ (Pa)
0.00	0.00	32	1.6
0.02	0.56	24	1.2
0.04	0.96	16	0.8
0.06	1.20	8	0.4
0.08	1.28	0	0.0

٥ - إذا كانت المسافة بن لوحين طويلين ثابتين هي 2.54 سم ومملؤة بمائع نيوتوني لزوجته الديناميكية 0.862 كغم/م.ثا ، فهل القوة المطلوبة لسحب لوح رقيق مـ ساحته 0.465 م٢ بسرعة 0.152 م/ثا تكون متساوية في حالة أن :

(أ) اللوح الرقيق المتحرك في منتصف المسافة بين اللوحين المثبتين.

(ب) اللوح الرقيق المتحرك يبعد عن احدهما بمقدار 75 % من المسافة بينها.

الحل

$\mu = 0.862$ kg/m.sec , $A = 0.465$ m^2 , $V = 0.152$ m/s , $y = 2.54$ cm

$F_t = ?$

$$\because F = \tau \cdot A = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \cdot A$$

$$F_t = F_1 + F_2 = \mu \cdot \frac{dv}{dy_1} \cdot A + \mu \cdot \frac{dv}{dy_2} \cdot A$$

وبافتراض توزيع خطي للسرعة لان المائع نيوتوني

$$\therefore \frac{dv}{dy} = \text{const} = \frac{V}{y}$$

$$F_t = \mu \cdot \frac{v}{y_1} \cdot A + \mu \cdot \frac{v}{y_2} \cdot A$$

$$F_t = \mu \cdot v \cdot A \cdot \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} \right)$$

$$F_t = 0.862 \times 0.152 \times 0.465 \times \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} \right)$$

$$F_t = 0.060926 \times \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} \right)$$

(أ) اللوح المتحرك في منتصف المسافة :

$y_1 = 0.50\ y = 1.27$ cm $= 0.0127$ m , $y_2 = 0.50\ y = 0.0127$ m

$$F_t = 0.060926 \times \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} \right) = 0.060926 \times \left(\frac{1}{0.0127} + \frac{1}{0.0127} \right)$$

$$F_t = 0.060926 \times 2 \times \left(\frac{1}{0.0127} \right) = 9.595 \text{ N}$$

(ب) اللوح المتحرك يبعد ٧٥% عن احدى اللوحين :

$y_1 = 0.75\ y = 1.905$ cm $= 0.01905$ m , $y_2 = 0.25\ y = 0.635$ cm $= 0.00635$ m

$$F_t = 0.060926 \times \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} \right) = 0.060926 \times \left(\frac{1}{0.01905} + \frac{1}{0.00635} \right) = 12.793 \text{ N}$$

أذن القوة تختلف في الحالتين وهي أقل في حالة ان يكون اللوح المتحرك في المنتصف.

٦ - إسطوانة نصف قطرها 12 سم تدور داخل اسطوانة أخرى ثابتة نصف قطرها 13 سـم وحول نفس مركزها. طول كلا الإسطوانتين 30 سم . أحسب لزوجة السائل الذي يمـلأ الفراغ بين الاسطوانتين إذا كان مقدار العزم اللازم للمحافظة على سرعة دوران زاوية ω للاسطوانة مقدارها 2π rad/sec هو 0.88 نيوتن.متر ؟

الحل

$r_1 = 12$ cm , $r_2 = 13$ cm , $L_1 = L_2 = 30$ cm

$\omega = 2\pi$ rad/sec , $T = 0.88$ N.m , $\mu = ?$

اولاً: حساب السرعة الخطية المماسة للأسطوانة الداخلية والتي تجعلها تدور:

$$v = \omega \times r_{arm} = 2\pi \times 0.12 = 0.754 \text{ m/s}$$

بفرض ان تغير السرعة في الفراغ الصغير بين الاسطوانتين خطي

$$\therefore \frac{dv}{dy} = \text{const} = \frac{v}{y} = \frac{v}{(r_2 - r_1)} = \frac{0.754}{(0.13 - 0.12)} = 75.4 \text{ sec}^{-1}$$

$$\because T = F \cdot r_1$$

$$\therefore F = \frac{T}{r_1} = \frac{0.88}{0.12} = 7.33 \text{ N}$$

$$\because F = \tau \cdot A = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \cdot A$$

$$\therefore 7.33 = \mu \times 75.4 \times (2\pi r_1 L)$$

$$\therefore 7.33 = \mu \times 75.4 \times (2\pi \times 0.12 \times 0.30)$$

$$\therefore 7.33 = \mu \times 75.4 \times 0.226$$

$$\therefore \mu = 0.43 \text{ Pa.s}$$

٧ - مكبس قطره 11.96 سم وطوله 14 سم يتحرك داخل اسطوانة قطرها 12 سـم ، يمـلأ الفراغ بين المكبس والاسطوانة زيت تشحيم معامـل لزوجتـه 0.65 بـوازز. أحـسب السرعة التي يتحرك بها المكبس داخل الاسطوانة اذا اثرت عليه قوة محورية مقـدارها 0.86 كجم.

الحل

يمكن اعتبار ان توزيع السرعات عند حركة المكبس خطياً نظراً لصغر سـمك طبقـة الزيت بين المكبس والاسطوانة (0.02 cm) وعلى ذلك فأنه على أي مسافة مـن جـدار الأسطوانة يكون:

$$\therefore \frac{dv}{dy} = \text{const} = \frac{V}{y}$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \cdot \frac{dv}{dy} = \mu \cdot \frac{v}{y}$$

المساحة التي يحدث عليها القص A هي المساحة السطحية للمكبس وهي تساوي محيط مقطع المكبس × طول المكبس أي أن :

$$A = \pi \cdot D_1 \cdot L = \pi \times 11.96 \times 14 = 526.028 \text{ cm}^2 = 0.0526 \text{ m}^2$$

$$F = 0.86 \times 9.81 = 8.4366 \text{ N}$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{8.4366}{0.0526} = 160.39 \text{ Pa}$$

$$\because \mu = 0.65 \text{ Poise} = 0.065 \text{ Pa.s}$$

$$\therefore 160.39 = 0.065 \times \frac{V}{0.02 \times 10^{-2}}$$

$$\therefore V = 0.493 \text{ m/sec}$$