

## *Phys487 Mid-Term Exam Solution*

### **Problem 1: Comprehension**

- a.** Why thermal neutrons are important in reactor physics

لماذا النيوترونات الحرارية مهمة في فيزياء المفاعلات

*Because they are responsible for the nuclear fission in thermal reactors which represent a wide part of the existing reactors. In other words, for thermal reactors, the thermal neutrons have a large fission cross section that leads to fission of the fuel nuclei.*

- b.** What is the difference between absorption and capture? Give case when they are equivalent and a case when they are different.

ما هو الفرق بين الأسر و الامتصاص. متى يكون متساويان و متى لا.

*In general absorption is different from capture:*

*absorption = capture + fission*

*for fissionable materials (fission not equal to zero), the absorption is different from capture.*

*for non-fissionable materials ( fission=0), the absorption is the same as capture*

- c.** What is the cause of the attenuation of the beam intensity of neutrons when it passes through matter?

ما هو سبب تناقص شدة الحزمة النيوترونية اذا مرت عبر مادة ما

*Because of the collision processes that leads to scattering or absorption of the neutrons*

- d.** What is the physical meaning of moderation in a thermal nuclear reactor.

ما هو التفسير الفيزيائي للتهديئة في المفاعلات النووية الحرارية

*Moderation is a process in which the fast neutrons, born after a fission, undergo many collisions (scattering) with the nuclei of a specific material (moderator) in order to loose energy and then reach the thermal energy that allows a new fission.*

- e.** What represents the average lethargy decrement per collision.

ماذا يمثل متوسط تناقص الليطارجي في الصدمة الواحدة

*It represents the average change in log of energy between two successive collisions*

f. Give the factors that make a material a good moderator and explain why.

ما هي العوامل التي تجعل مادة معينة مهدىء جيد. اشرح لماذا

*There are four factors that determine if a material is a good moderator or not:*

1)  $\xi$  : *average lethargy decrement per collision. It should be large*

2)  $N_0$  : *number of scattering nuclei per volume. It should be large*

3)  $\sigma_s$  : *scattering cross section. Should be large*

*then slowing-down power ,  $sdp = \xi N_0 \sigma_s$  , should be high*

4) *Absorption cross section. It should be small.*

Solve at least four out of the five following problems. If you solve all of them you have a bonus!.

فيما يلي خمس مسائل. أجيب على أربع منها على الأقل. اذا أجبت عليها كلها, لك درجات اضافية.

**Problem 2:**

Calculate the average number of fission neutrons per thermal neutron absorption in an enriched Uranium mixture which contains the  $U^{235}$  and  $U^{238}$  isotopes in a 1: 10 ratio. Consider that the average number of neutrons per fission for  $U^{235}$  is  $\nu = 2.43$ .

أحسب متوسط عدد نيوترونات الانشطار لكل امتصاص لنيوترون حراري لليورانيوم المخصب.

*Average number of fission neutrons per absorption is  $\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_a}$*

$$\sigma_a = \frac{N_{0(235)} \sigma_{a(235)} + N_{0(238)} \sigma_{a(238)}}{N_{0(235)} + N_{0(238)}} = \frac{\sigma_{a(235)} + \frac{N_{0(238)}}{N_{0(235)}} \sigma_{a(238)}}{1 + \frac{N_{0(238)}}{N_{0(235)}}} = 64.6 \text{ barns}$$

$$\sigma_f = \frac{\sigma_{f(235)} + \frac{N_{0(238)}}{N_{0(235)}} \sigma_{f(238)}}{1 + \frac{N_{0(238)}}{N_{0(235)}}} = 53 \text{ barns}$$

$$\eta = \nu \frac{\sigma_f}{\sigma_a} = 2.43 \frac{53}{64.6} = 2.0$$

**Problem 3:**

A nuclear reactor has an initial fuel inventory of 2500 grams of  $U^{235}$ . If the average thermal neutron flux in the reactor is  $4 \times 10^{12}$  neutrons/cm<sup>2</sup> sec, find how long it will take for 5 grams of  $U^{235}$  to be “burnt up”. Consider also burn-up through radiative capture.

$$\rho^{U^{235}} = 19.05 \text{ gram / cm}^3$$

في مفاعل نووي, يوجد مخزون ابتدائي من اليورانيوم 235 قدره 2500 غرام. اذا كان متوسط تدفق النيوترونات الحرارية في المفاعل هو  $4 \times 10^{12}$  نيوترون اسم<sup>2</sup> ثانية, أحسب ما المدة الزمنية اللازمة لاحتراق 5 غرام من اليورانيوم 235, بالأخذ في الحسبان الأسر الشعاعي.

$$\phi = 4 \times 10^{12} \text{ neutron / cm}^2 \text{ sec}, \sigma_f^{235} = 582 \text{ barns}, \sigma_c^{235} = 101 \text{ barns}$$

$$\text{Number of nuclei in 5 grams: } N = \frac{5}{235} \times 6.03 \times 10^{23} = 1.283 \times 10^{22} \text{ nuclei}$$

$$\text{We have to calculate the reaction rate: } r = \Sigma_a \phi V$$

$$\Sigma_a = N_0 \sigma_a = \rho \frac{N_{avog}}{M^{235}} (\sigma_f + \sigma_c) = 33.4 \text{ cm}^{-1}$$

Let's estimate the volume V:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{2500}{19.05} = 131.234 \text{ cm}^3$$

$$\text{Hence, } r = 1.753 \times 10^{16} \text{ reaction / sec}$$

$$\text{Time to burn 5 grams is : } T = \frac{N}{r} = \frac{1.283 \times 10^{22}}{1.753 \times 10^{16}} = 0.731888 \times 10^6 \text{ sec}$$

**Problem 4:**

A gold foil ( $\text{Au}^{197}$ ) of  $1.5 \text{ cm}^2$  area and  $300 \text{ mg/cm}^2$  areal density is irradiated with a neutron flux of  $10^{12}$  neutrons/ $\text{cm}^2$  sec for 1 hour. Subsequent measurements indicate that, in all,  $49 \times 10^{13}$   $\text{Au}^{197}$  nuclei have been transmuted. Calculate the neutron absorption cross section of this nuclide.

Consider the mass of 1 mole of  $\text{Au}^{197}$  is 197 grams

ورقة رقيقة من الذهب مساحتها  $1.5 \text{ سم}^2$  وكثافتها المساحية هي  $300 \text{ ميليغرام/سم}^2$ . نسلط عليها تدفق من النيوترونات قدره  $10^{12}$  نيوترون/سم<sup>2</sup> ثانية لمدة ساعة واحدة. بعدها مباشرة نقوم بقياسات فوجد أن  $49 \times 10^{13}$  نواة من الذهب قد تحولت طبيعتها. أحسب المقطع الفعال لامتنصاص النيوترونات، باعتبار أن الكتلة المولية للذهب تساوي  $197 \text{ غرام}$ .

*Area:  $A = 1.5 \text{ cm}^2$ , areal density:  $300 \text{ mg/cm}^2$ ,  $\phi = 10^{12} \text{ neutron / cm}^2 \text{ sec}$*

*Reaction rate =  $r = N_0 \cdot t \cdot \sigma_a \cdot \phi \cdot A$  reaction per sec*

*Number of reactions per hour is:  $r \times 3600 = 49 \times 10^{13}$  transmutations*

*Define number of atoms per  $\text{cm}^2$ :  $N_A = N_0 \cdot t$  ??*

*$197 \text{ gr/cm}^2 \rightarrow 6.03 \times 10^{23} \text{ atoms/cm}^2$*

*$300 \text{ mg/cm}^2 \rightarrow N_A$*

$$N_A = \frac{300 \times 10^{-3} \times 6.03 \times 10^{23}}{197} = 9.183 \times 10^{20} \text{ atom / cm}^2$$

*Hence, the corresponding cross section is:*

$$\sigma_a = \frac{49 \times 10^{13}}{N_A \cdot \phi \cdot A \cdot 3600} = 99.3 \text{ barns}$$

### **Problem 5:**

How much  $\text{U}^{235}$  is consumed by a reactor during one year's operation at a constant power output of 1000 kw, if we consider that each fission releases around 200 Mev. Mass of 1 mole of  $\text{U}^{235}$  is 235 grams.

كم استهلك من اليورانيوم  $235$  في مفاعل خلال سنة واحدة من الشغل اذا كان قيمة الطاقة المنتجة هي  $1000$  كيلواط، اذا اعتبرنا أن الطاقة الناتجة في انشطار نواة وحيدة يساوي  $200$  ميغا إلكترون فولط. الكتلة المولية لليورانيوم  $235$  هي  $235$  غرام.

*Energy consumed in one year is:*

$$E_y = 1000 \times 10^3 \times 365 \times 24 \times 3600 = 3.154 \times 10^{13} \text{ Joule} = 1.97 \times 10^{26} \text{ Mev}$$

*Number of uranium nuclei consumed per year:*

$$N = \frac{1.97 \times 10^{26} \text{ Mev}}{200 \text{ Mev}} = 9.856 \times 10^{23} \text{ nuclei}$$

*The corresponding consumed mass:*

$$M = 9.856 \times 10^{23} \times 235 / 6.03 \times 10^{23} = 384 \text{ grams}$$

**Problem 6:**

Calculate the number of collisions required to reduce fast fission neutrons with an average initial energy of 2 Mev to an energy  $E_t = 0.025 \text{ ev}$  in a Be moderator assembly, if the average lethargy decrement per collision for equals 0.209.

What would be the energy of neutrons that have made 40 collisions with Be nuclei, starting with an initial energy of 2 Mev.

أحسب عدد الاصطدامات اللازمة لخفض طاقة الكترون من 2 ميغا أف الى 0.025 أف في مهدأ من ال Be اذا كان متوسط انخفاض اليتارجي في كل اصطدام يساوي 0.209. كم تكون قيمة طاقة النيوترونات التي اصطدمت 40 صدمة مع أنوية ال , اذا كانت طاقتها الابتدائية تساوي 2 ميغا أف.

$$\xi = 0.209$$

$$n = \frac{\log(E_0) - \log(\tilde{E}_t)}{\xi} = 87$$

$$E_t = E_0 \exp(-n\xi) = 2 \times 10^6 \times \exp(-40 \times 0.209) = 460 \text{ ev}$$

Some useful equations and quantity values

$$\bar{E} = \frac{3}{2}kT \quad (\bar{v}^2)^{1/2} = v_{rms} = \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2}$$

$$\Delta T = T_n - T = 0.89T \cdot A \cdot \left(\frac{\sum_a}{\sum_s}\right)$$

$$\bar{\sigma}^T = \frac{\pi^{1/2}}{2} \left(\frac{293.6}{T}\right)^{1/2} (\text{"not } 1/v \text{ factor}) \sigma_{p(2200)}^0$$

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{v_1^2}{v_c^2} = \frac{1 + A^2 + 2A \cos \phi}{(1 + A)^2}$$

$$\frac{(A-1)^2}{(1+A)^2} = \alpha$$

$$\cos \theta = \frac{1 + A \cos \phi}{(1 + A^2 + 2A \cos \phi)^{1/2}}$$

$$\overline{\left(\frac{\Delta E}{E}\right)} = \left(\frac{E - E_0}{E}\right) = \left(\frac{1 - \alpha}{2}\right)$$

$$\xi = \log\left(\frac{E_0}{E}\right) = \frac{\int_E^{E_0} \log\left(\frac{E_0}{E}\right) P(E) dE}{\int_E^{E_0} P(E) dE}$$

$$sdp = \frac{\xi}{\lambda_s} \quad rm = \frac{sdp}{\sum_a} = \xi \frac{\sum_s}{\sum_a}$$

	$\sigma_c$	$\sigma_f$	$\sigma_s$
U <sup>233</sup>	57	523	
U <sup>235</sup>	101	582	10
U <sup>238</sup>	2.73	0	8.3
U (natural)	3.5	4.18	8.3
Pu <sup>239</sup>	286	742	11