

الزمن : ٣٥ دقائق

الاستاذة الاولى للقرن ٢٠٠٤  
العنوان : الرياضيات

جامعة الملك سعود  
قسم الرياضيات

أجب عن الأسئلة التالية :

س١ : لتكن  $R$  حلقة ابدالية بجايد ولتكن  $\mathfrak{a}$  ليس عنصر وحدة في  $R$ .  
أثبت وجود مثالي أعظمي  $\mathfrak{J}$  في  $R$  يحوي  $\mathfrak{a}$  . اثبت ان  $R/\mathfrak{J}$  حقل .  
هل  $\mathfrak{J}/\mathfrak{a}$  مثالي أعظمي في الحلقة  $R/\mathfrak{a}$  أم لا ؟ وضع ذلك .

س٢ : لتكن  $\mathfrak{a}$  كثيرة حدود على حقل  $K$  . أثبت بالتفصيل أن  $(\mathfrak{a})$  مثالي أعظمي في الحلقة  $K[x]$  إذا وإذا فقط كانت  $\mathfrak{a}$  كثيرة حدود غير قابلة للتحليل على  $K$  وبدون استخدام الحلقات الأقليدية .

س٣ : أذكر متعلق نظرية البنية (structure theorem) للأعداد الجبرية البسيط طقّل واثبتها .

س٤ : لتكن  $R$  حلقة ابدالية منتهية وبتجايد وحيث إن مجموع أي قاسمين للصفر فيها يكون قاسماً للصفر . أثبت ما يلي :  
(i)  $R$  حلقة محلية وأحد مميزات  $R/\mathfrak{J}$  حيث  $\mathfrak{J}$  مثالي الأعظمي للحلقة  $R$ .  
(ii)  $|K| = p^r$  حيث  $K = R/\mathfrak{J}$  ،  $r$  عدد صحيح موجب .

(iii) ليكن  $F$  أي حقل جزئي من  $K$  ، أثبت أن :

$$K \cong F[x]/(h)$$

حيث  $h$  كثيرة حدود غير قابلة للتحليل على  $F$  ودرجتها تساوي  $[K:F]$ .  
(iv) يمكن مدّ الحقل الذي رتبته 25 إلى حقل رتبته 625 .

٢٠٠٦ / ١ / ٢٢  
٢٠٠٦ / ١ / ٢٢