

الباب الخامس مدخل إلى نظرية الاحتمالات

Probabilities

الباب الخامس: الاحتمالات

Probabilities

- معنى واستعمالات الاحتمالات
- طرق حساب الاحتمالات
- بعض قوانين الاحتمالات Probability Laws

معنى الاحتمالات

يقصد بالاحتمال فرصة حدوث أو وقوع حادثة معينة

التجربة العشوائية Randomized Experiment:

هي أي عملية تتم يمكن تحديد كل النتائج الممكنة لها ولكن لا يمكن مسبقاً تحديد النتيجة التي ستظهر أو تحدث . مثال:

➤ رمي قطعة معدنية (H,T)

➤ رمي زهرة نرد (١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦)

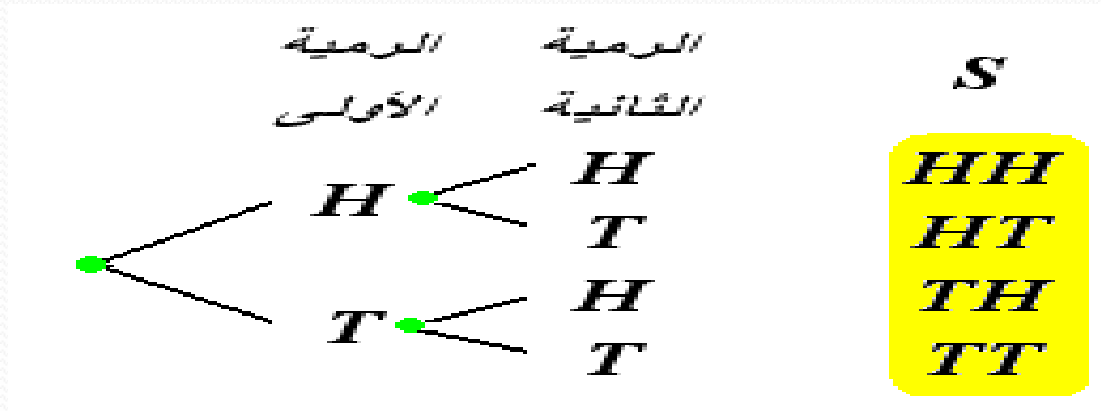
فراغ العينة (S) Sample Space

فراغ العينة هو مجموعة النتائج الممكنة للتجربة و عددها $n(s)$
أمثلة:

١. عند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة مرة واحدة؛ فراغ العينة هو: $S:\{H, T\}$ ؛ و $n(s)=2$

٢. عند رمي زهرة نرد غير متحيزة مرة واحدة كل النتائج الممكنة (فراغ العينة) هو $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$ ؛ $n(s)=6$

٣. عند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة مرتين (أو قطعتين مرة واحدة) :



فراغ العينة هو: $S:\{HH, HT, TH, TT\}$. $n(s)=4$

• الحادث (A, B, C, ...) Event

الحادث هو فئة جزئية من النتائج المكونة لفراغ العينة. وهو نوعان:-

١. **حادث بسيط Simple Event:** وهو الذي يحتوي على نتيجة واحدة من النتائج المكونة لفراغ العينة.

٢. **حادث مركب Composite Event:** ويشمل نتيجتين أو أكثر من النتائج المكونة لفراغ العينة،

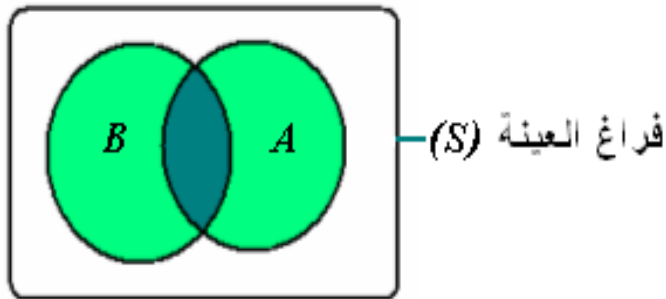
يرمز لعدد النتائج المكونة للحادث بالرمز $n(A), n(B), \dots$ وهكذا

أمثلة:

- عند إلقاء قطعة عملة غير متحيزة مرتين فراغ العينة في هذه الحالة هو: $S:\{HH, HT, TH, TT\}$
- ١. الحادث A (ظهور الصورة مرتين) يشمل نتيجة واحدة هي $A:\{HH\}$. إذا: A حادث بسيط.
- ٢. والحادث B (ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل) يشمل ثلاث نتائج هي $B:\{HT, TH, HH\}$. إذا B حادث مركب يمكن تقسيمه إلى أحداث بسيطة

• الاتحاد (\cup) Union :

- يعبر اتحاد الحادثان A , B عن وقوع أحدها على الأقل، وبمعنى آخر وقوع الأول أو الثاني أو كلاهما، ويعبر عن ذلك رياضياً $(A \cup B)$ --وتقرأ (A union B) أو $(A \text{ or } B)$. ويمكن الاستعانة بشكل "فن" Ven. Diagram كما يلي:

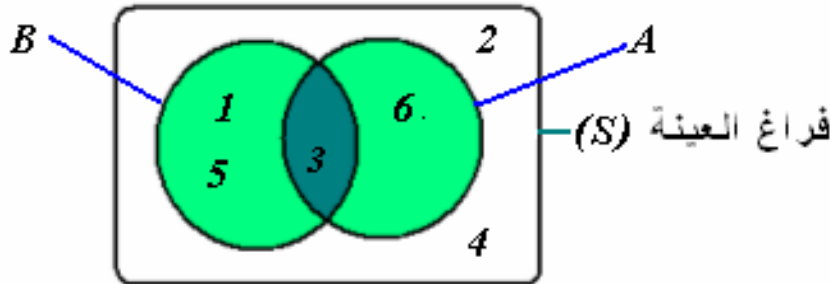


الجزء المظلل يعبر عن الاتحاد $(A \cup B)$

• مثال الاتحاد:

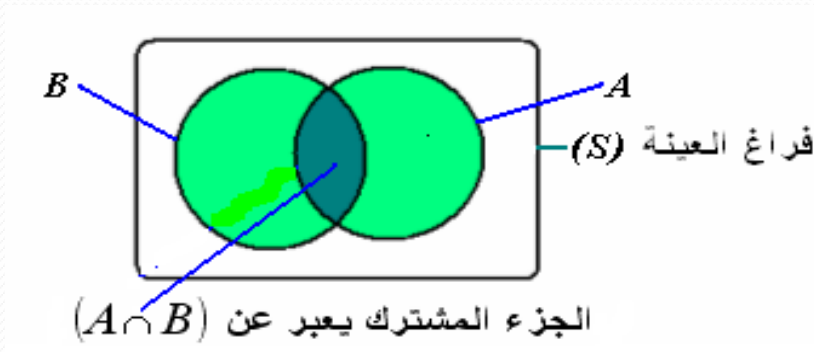
عند إلقاء زهرة نرد متزنة مرة واحدة ، وعرف الحادث A بأنه ظهور وجه يقبل القسمة على 3 ، والحادث B بأنه ظهور عدد فردي، يلاحظ أن:

$S: \{1,2,3,4,5,6\}$ ، $A: \{3,6\}$ ، $B: \{1,3,5\}$ ، ويكون اتحاد الحادثان A, B هو: $(A \cup B): \{1,3,5,6\}$ ويعبر عن ذلك في شكل Ven كما يلي:



التقاطع (\cap) Intersection

يعبر تقاطع الحادثان A , B عن وقوع الاثنان في آن واحد ، ويشمل كل النتائج المشتركة بين الحادثين، ويعبر عن ذلك رياضيا $(A \cap B)$ أو $(A \text{ and } B)$ ، ويظهر ذلك في شكل "فن" كما يلي :

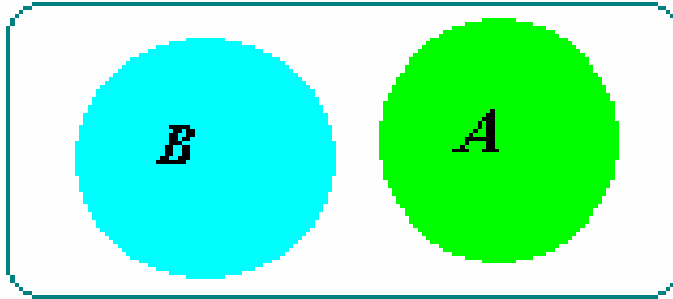


من المثال السابق: $B:\{1,3,5\}$, $A:\{3,6\}$

$$(A \cap B):\{3\}$$

• الأحداث المتنافية Mutually Exclusive events

الحادثان A, B متنافيان، إذا كان وقوع أحدهما ينفي وقوع الآخر، بمعنى استحالة وقوعهما في آن واحد. ومن ثم يكون نتيجة تقاطع الحادثان المتنافيان هي الفئة الخالية ويرمز لها بالرمز ϕ أي أن $A \cap B = \phi$ ، ويمكن تمثيلها بشكل " فن " كما يلي:

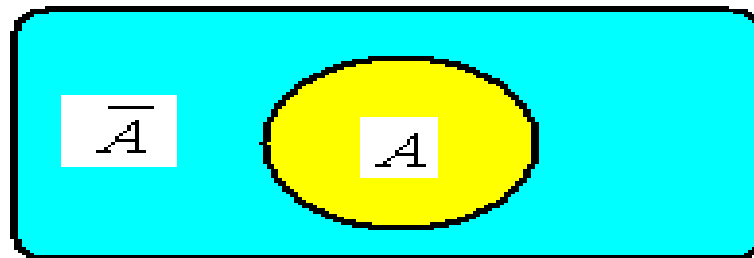


• الحادث المكمل Compliment Event:

الحادث المكمل للحادث A هو الحادث الذي يشمل كل نتائج التجربة باستثناء النتائج المكونة للحادث A ، ويرمز للحادث المكمل بالرمز \bar{A} ، ومن ثم نستنتج أن :

$$(A \cup \bar{A}) = S , (A \cap \bar{A}) = \phi$$

كما هو مبين بالشكل التالي:



طرق حساب الاحتمالات

• توجد عدة مفاهيم لتفسير وحساب الاحتمالات منها:

١. الاحتمال التجريبي Empirical probability

ويعبر عنه بالترار النسبي، ويحسب بتطبيق المعادلة:

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

N هو مجموع التكرارات (العدد الكلي للملاحظات)، n : هو تكرار الحادث A ،
مثلا بعد إلقاء قطعة عملة غير متحيزة 500 مرة، وتسجيل عدد مرات ظهور كل
وجه كالتالي:

الوجه (Face)	H	T	SUM
عدد مرات ظهور الوجه	260	240	500

يمكن حساب احتمال ظهور الصورة H ، من المعادلة الاحتمال، والتي تعتمد على التكرار النسبي، أي أن :

$$P(H) = \frac{n}{N} = \frac{260}{500} = 0.52$$

٢. الاحتمال النظري Theoretical Probability

يتم تحديد عدد النتائج الممكنة للتجربة، وعدد النتائج الممكنة لوقوع الحادث، ومن ثم نستخدم قواعد الرياضيات لحساب هذا النوع من الاحتمال ، بتطبيق المعادلة التالية:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

- حيث أن: $n(S)$ هو عدد النتائج الممكنة للتجربة، $n(A)$ هو عدد النتائج الممكنة لوقوع الحادث A ، مثلا:
- إذا ألقيت قطعة عملة مرة واحدة: فراغ العينة هو: $S:\{H, T\}$ ؛ عدد النتائج الممكنة: $n(S)=2$ ، بالنسبة للحادث A (ظهور صورة) ، نجد أن $A:\{H\}$ ، أي أن عدد النتائج المكونة للحادث A هي: $n(A)=1$ ، ويكون احتمال وقوع الحادث A هو :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2} = 0.5$$